

biblen

elektromonter

В. Я. Шмурьев

**ЦИФРОВАЯ РЕГИСТРАЦИЯ
И АНАЛИЗ АВАРИЙНЫХ
ПРОЦЕССОВ В
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ
СИСТЕМАХ**

**ПРИЛОЖЕНИЕ К ЖУРНАЛУ
ЭНЕРГЕТИК**

Вниманию специалистов

Вышли в свет следующие выпуски

“Библиотечки электротехника”:

Могузов В. Ф. **Обслуживание силовых трансформаторов** (часть 1).

Киреева Э. А. **Повышение надежности, экономичности и безопасности систем цехового электроснабжения.**

Овчинников В. В. **Защита электрических сетей 0,4 – 35 кВ** (части 1 и 2).

Иноземцев Е. К. **Ремонт турбогенераторов** (часть 2).

Георгиади В. Х. **Поведение энергоблоков ТЭС при перерывах электроснабжения собственных нужд** (части 1 – 3).

Вавилов В. П., Александров А. Н. **Инфракрасная термографическая диагностика в строительстве и энергетике.**

Файбисович Д. Л., Карапетян И. Г. **Укрупненные стоимостные показатели электрических сетей 35 – 1150 кВ.**

Добрусин Л. А. **Фильтрокомпенсирующие устройства для преобразовательной техники.**

Киреева Э. А., Орлов В. В., Старкова Л. Е. **Электроснабжение цехов промышленных предприятий.**

Подписку можно оформить в любом почтовом отделении связи по объединенному каталогу “**ПРЕССА РОССИИ**”. **Том 1. Российские и зарубежные газеты и журналы.**

Индексы “Библиотечки электротехника”

— **приложения к журналу “Энергетик”**

88983 — для предприятий и организаций;

88982 — для индивидуальных подписчиков.

**Адрес редакции
журнала “Энергетик”:**

115280, Москва, ул. Автозаводская, д. 14/23.

Телефон (095) 275-19-06

E-mail: energy@mail.magelan.ru

Библиотечка электротехника

— приложение к журналу “Энергетик”

Основана в июне 1998 г.

Выпуск 2(62)

В. Я. Шмурьев

ЦИФРОВАЯ РЕГИСТРАЦИЯ И АНАЛИЗ АВАРИЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Москва

НТФ “Энергопрогресс”, “Энергетик”

2004

УДК 621.316.925.4

ББК 31.27-05

Ш 75

Главный редактор журнала “Энергетик” А. Ф. ДЬЯКОВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

“Библиотечки электротехника”

В. А. Семенов (*председатель*), И. И. Батюк (*зам. председателя*),
Б. А. Алексеев, К. М. Антипов, Г. А. Безчастнов, А. Н. Жулев,
В. А. Забегалов, В. Х. Ишキン, Ф. Л. Коган, В. И. Кочкарев,
Н. В. Лисицын, Л. Г. Мамиконянц, Л. Ф. Плетнев, В. И. Пуляев,
Ю. В. Усачев, М. А. Шабад

Шмурьев В. Я.

Ш 75 Цифровая регистрация и анализ аварийных процессов в
электроэнергетических системах. — М.: НТФ “Энерго-
прогресс”, 2004. — 96 с.: ил. [Библиотечка электротехника,
приложение к журналу “Энергетик”, Вып. 2(62)].

Рассматриваются вопросы регистрации аварийных процессов микро-
процессорными устройствами и основные принципы цифровой обра-
ботки сигналов.

Для специалистов, работающих в области электроэнергетики.

Предисловие

Производство электроэнергии — непрерывный быстроизменяющийся технологический процесс, требующий постоянного наблюдения. При возникновении аварийных или аномальных режимов, когда мгновенно происходят отклонения ряда электрических параметров от нормально допустимых значений, в действие вступает релейная защита, отключая поврежденный элемент энергосистемы. Большинство аварийных ситуаций успешно устраняются автоматически без вмешательства оперативного персонала. Однако аварийный вывод оборудования из работы ведет к недоотпуску электрической энергии отключенными потребителям, и потенциально снижается надежность энергоснабжения остальных. Ввиду этого обстоятельства эксплуатационный персонал энергосистемы прилагает все усилия для наискорейшего установления причин аварии и восстановления энергоснабжения. Оперативное решение возникших проблем особенно актуально, когда повреждаются протяженные линии электропередачи или релейная защита действует неадекватно ситуации. Для уменьшения времени восстановления энергоснабжения потребителей и риска ущерба от снижения надежности сети в энергетике широко применяется автоматическая регистрация параметров аварийных и аномальных режимов.

В ходе развития техники и технологий в энергетике непрерывно обновлялись устройства регистрации и средства обработки информации. Первыми были электромеханические системы, затем появились микроэлектронные средства на базе аналоговой вычислительной техники, а теперь наступило время цифровых измерительно-информационных систем. В настоящее время аварийную регистрацию осуществляют микропроцессорные защиты с соответствующими функциями, цифровые осциллографы и приборы определения мест повреждения на линиях электропередачи. Эффективная эксплуатация микропроцессорной техники и оперативный анализ аварий на основе цифровых данных требуют от инженерно-эксплуатационного

персонала энергосистем определенных знаний в части цифровой обработки информации.

В брошюре изложены вопросы регистрации аварийных процессов микропроцессорными устройствами и основные принципы цифровой обработки сигналов в практическом аспекте применительно к решению прикладных задач, связанных с анализом аварийных режимов работы оборудования в энергосистеме на основании данных, получаемых от существующих средств цифровой регистрации.

Замечания и предложения по данной брошюре

просьба направлять по адресу:

115280, Москва, ул. Автозаводская, 14/23.

Редакция журнала "Энергетик".

Автор

ГЛАВА ПЕРВАЯ

Основные сведения о цифровых устройствах РЗА электроэнергетических систем

1.1. ОСОБЕННОСТИ АППАРАТНОЙ ЧАСТИ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Любое устройство релейной защиты и автоматики (РЗА) или система из таких устройств — это, в первую очередь, автоматическая система сбора и обработки информации. Такая система, выполненная на современной элементной базе с применением цифровой вычислительной техники, имеет достаточно типичную структурную схему, приведенную на рис. 1.1.

Получение, преобразование и нормирование входных сигналов информационно-измерительной системы обеспечиваются устройствами сопряжения с объектом УСО. Затем следуют предварительная обработка входных сигналов и их анализ. Результаты анализа полученной информации могут как выводиться на дисплей $H1$, так и передаваться в устройство предупредительной сигнализации $H2$ или воздействовать

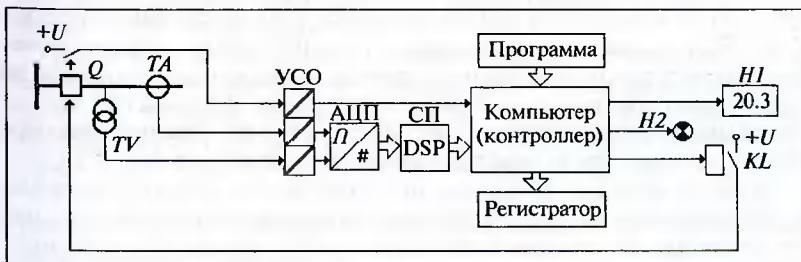


Рис. 1.1. Структура цифрового устройства РЗА

на процесс путем автоматических переключений и изменений режимов работы контролируемого электроэнергетического объекта.

Цифровые системы обработки информации выполняют дискретизацию входных сигналов для последующей их обработки в компьютере. Компьютер (вернее — контроллер), как центральное звено системы, способен лишь выполнять простейшие команды и операции с числовыми данными в пределах элементарной арифметики. Однако, работая под управлением заранее написанной программы, вычислительное устройство может быстро анализировать получаемую информацию и реализовывать весьма сложные алгоритмы.

В цифровых информационно-измерительных системах данные, получаемые от аналого-цифрового преобразователя *АЦП*, как правило, предварительно обрабатываются специальным сигнальным процессором *СП* (Digital Signal Processor). В большинстве случаев *АЦП* является составной частью сигнального процессора. Сигнальный процессор имеет высокое быстродействие и выполняет такие задачи, как цифровая фильтрация и векторизация входных сигналов. Это позволяет разгрузить контроллер, выполняющий основные функции.

При рассмотрении цифровых устройств РЗА на первый план выдвигаются не столько схемотехнические вопросы по исполнению аппаратной части, как это было характерно для аналоговых устройств, а преимущественно алгоритмы обработки и анализа сигналов в целях получения достоверной информации.

Можно обратить внимание на то, что цифровые устройства различного назначения имеют практически одинаковую схемотехнику, но выполняют разные функции в зависимости от используемого программного обеспечения, причем аппаратная сложность цифровых устройств в малой степени зависит от сложности решаемой задачи. Нужно отметить и то обстоятельство, что со сменой поколений аппаратуры РЗА основные принципы выполнения релейной защиты редко подвергаются пересмотру, несмотря на большие возможности аппаратной базы. Защитные функции всегда определяются защищаемым объектом и иерархическим местом защиты в энергосистеме. В устройствах РЗА ведущих фирм используются многолетний опыт и проверенные практикой принципы, а сами устройства ориентированы на реализацию простых, но надежных алгоритмов. И только при затруднительности использования простых способов защиты применяются более сложные. Это позволяет обеспечить надежную работу РЗА.

К положительным свойствам цифровых защит можно отнести высокую технологичность изготовления по сравнению с их аналоговыми прототипами, возросшие возможности по реализации более оптимальных характеристик защит и многое другое. В цифровых устройствах РЗА появилась возможность сохранения в памяти данных о предшест-

вующем режиме работы защищаемого объекта, использования этих данных при анализе текущего режима и для передачи их на верхний уровень — в автоматизированную систему управления (АСУ) энергосистемой. Можно говорить и о новых способах выполнения РЗА, реализация которых вызывала затруднения на аналоговой элементной базе.

Сегодня для цифровых средств РЗА практически обязательной становится функция запоминания информации по аварийному процессу. Это позволяет оперативно анализировать аварийные ситуации, определять место повреждения на протяженных линиях электропередачи и решать другие прикладные задачи.

С учетом возможности оперативного получения информации о протекании физических процессов вопросы обработки и анализа сигналов становятся актуальными не только для разработчиков аппаратных средств, но и для инженеров-энергетиков, эксплуатирующих эти средства.

1.2. СИГНАЛЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПРИ АНАЛИЗЕ

Под сигналами принято понимать материальное воплощение сообщений о каких-либо явлениях, событиях, состояниях объекта, сигналами являются также и сами команды управления. В качестве материальных носителей сигнала могут выступать механические и звуковые колебания, различного рода излучения, электрический ток, напряжение и т.п. Следовательно, сигнал сам является физическим процессом, протекающим во времени и несущим информацию о событии.

Реальный сигнал представляет собой непрерывную функцию и определен для любого момента времени. Когда говорят о цифровых устройствах, часто употребляют термины “квантованный”, “дискретизированный” или “дискретный” сигналы. Под этими терминами следует понимать искусственное представление непрерывного сигнала его мгновенными значениями в заданные моменты времени. Любой сигнал можно охарактеризовать рядом параметров: амплитудой, фазой, энергией, частотным спектром и др.

Извлечение информации из сигнала осуществляется путем анализа его параметров. Выполнение данной задачи осложняется наличием помех. К помехам относятся сигналы, дестабилизирующие работу устройства. Поэтому одной из самых распространенных операций, сопутствующих анализу сигналов, является их фильтрация, например подавление апериодической составляющей, подавление или, наоборот, выделение какой-то гармоники. Решаются данные задачи с помощью частотной фильтрации.

Для описания физических процессов используют математические функции, характеризующие изменение параметров процесса во време-

мени. Только в отдельных частных случаях физический процесс удается отразить простой математической зависимостью, обеспечивая при этом приемлемую погрешность в результатах анализа. Для большинства реальных процессов и сигналов задачу удается решить, оперируя только некой совокупностью известных функций. В электротехнике и других областях техники в качестве таких базовых функций достаточно давно и широко применяются тригонометрические функции вида $A_k \sin(k\omega t + \phi_k)$. В последнее время в связи с развитием компьютерных технологий обработки сигналов при анализе в качестве базовых функций стали шире использовать прямоугольные функции и так называемые вейвлеты — затухающие во времени колебания различной формы. При решении многих прикладных задач такой подход позволяет представлять анализируемый сигнал совокупностью лишь весовых коэффициентов при базовых функциях. Весовые коэффициенты, например значения амплитуд отдельных гармоник A_k , образуют спектр сигнала. В сложных случаях сигналы и процессы представляются лишь непрерывными спектральными функциями. В тех случаях, когда сигнал с приемлемой точностью описывается с использованием лишь одной гармонической функции, применяется его векторное представление, что позволяет описывать сигнал лишь двумя параметрами — амплитудой и фазой.

Отдельные прикладные задачи проще решаются при использовании спектрального анализа сигнала, другие — при временном или векторном представлении сигнала.

В первом приближении все сигналы можно подразделить на периодические, “почти периодические”, непериодические и конечной длительности (финитные колебания).

Под периодическими сигналами понимают колебания, существующие бесконечно долго и удовлетворяющие условию $f(t) = f(t + T)$, где T — период повторения временной функции $f(t)$. Частотные спектры таких сигналов приведены на рис. 1.2, а, б. При гармоническом представлении сигнала оперируют двумя спектрами — спектром амплитуд и спектром фаз гармоник. С некоторыми допущениями к периодическим сигналам могут быть отнесены напряжения и токи установившегося режима работы электроустановки.

В отдельных ситуациях приходится иметь дело с так называемыми “почти периодическими” сигналами”, т.е. с функциями, которые через интервал $T(\epsilon)$ повторяются, но не совсем точно. Сигнал считается почти периодическим [1], если существует такая функция $T(\epsilon)$, которая обеспечивает выполнение условия $|f[t - T(\epsilon)]| < \epsilon$ при сколь угодно малом значении ϵ . В энергетике подобной функцией представляет-ся ток в линии электропередачи при качаниях источников ЭДС.

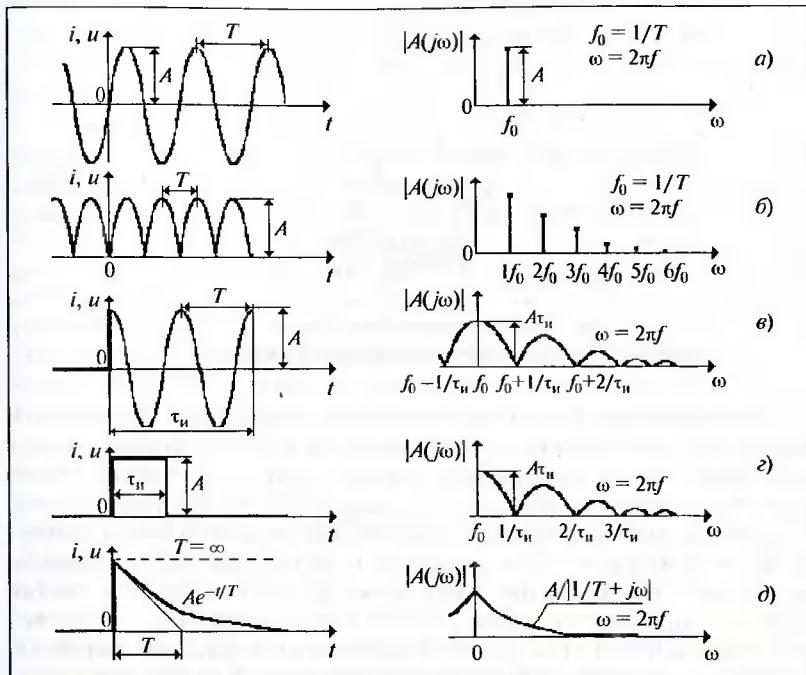


Рис. 1.2. Виды колебаний и их амплитудные спектры

Если два генератора работают с частотами, не кратными целым числам, то ток в линии будет определяться выражением

$$i(t) = [E_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) - E_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)]/R = I(t) \cos[\omega' t + \varphi(t)].$$

Амплитуда тока в данном выражении является непериодической функцией:

$$I(t) = \{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)]\}^{1/2}.$$

Видно, что частота колебаний $\omega' = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и фаза $\varphi(t) = (\varphi_1 + \varphi_2)/2 + \gamma(t)$ являются функциями времени. Причем фаза данного колебания изменяется с другим периодом, нежели огибающая биения. Почти периодические функции представляются дискретным (линейчатым) спектром с произвольными расстояниями между спектральными линиями, а сами линии спектра изменяются во времени по уровню.

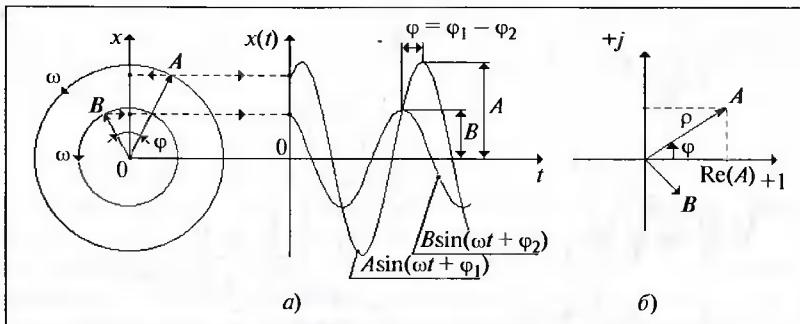


Рис. 1.3. Векторное представление гармонического сигнала

Непериодические сигналы невозможno представить конечной совокупностью элементарных колебаний, и они при спектральном под-ходе описываются непрерывными функциями — спектральными ха-рактеристиками, которые и несут информацию о виде сигнала [1 – 4]. К непериодическим сигналам относятся все сигналы конечной длите-льности. Даже в том случае, когда финитный сигнал внешне похож на периодический, говорить о периодичности колебаний нельзя, так как условие периодичности $f(t) = f(t + T)$ выполняется лишь для некото-рых значений t . На рис. 1.2 в – д представлены примеры финитных колебаний и их амплитудные спектры. Непрерывная функция спект-ральной плотности характеризует распределение энергии сигнала в частотной области. Отметим, что с уменьшением длительности сигна-ла происходит расширение частотной области, в которой заключена основная часть энергии сигнала. Реальные тракты передачи сигнала в измерительной аппаратуре всегда имеют конечную полосу пропуска-ния, что приводит к искажениям в передаче финитных сигналов или быстропротекающих возмущений в стационарных сигналах.

Для стационарных сигналов, представляемых одной гармониче-ской функцией вида $A \sin(\omega t + \varphi)$, широко используется их векторное изображение. Из рис. 1.3, а видно, что проекция вектора A , равномерно вращающегося с угловой скоростью ω , на неподвижную ось x , свя-занную с началом вектора, представляет собой гармоническую функ-цию. И наоборот, гармонические колебания фиксированной частоты ω можно отображать векторами, вращающимися с угловой скоростью, равной круговой частоте колебания ω , причем амплитуды и взаимные фазовые сдвиги между несколькими гармоническими функциями со-храняются при их векторном представлении.

Следует подчеркнуть, что амплитуда гармонического колебания A и модуль изображающего его вектора A тождественно равны. В электо-

технике же при векторном представлении величин часто оперируют их действующими значениями синусоидальных величин. В этом случае амплитуда колебания будет отличаться от изображающего его вектора в $\sqrt{2}$ раз.

Если систему координат вращать с той же скоростью, с какой врашаются векторы, то последние будут казаться неподвижными. При этом положение вектора, привязанного к началу координат, будет полностью определяться парой чисел. При отображении векторов используются: полярная система координат — с указанием длины вектора ρ и угла ϕ между вектором и базовой осью (рис. 1.3, б); декартова система координат — с заданием вектора его проекциями на взаимно перпендикулярные оси в виде пары чисел a, b . В электротехнике получило распространение изображение векторов на комплексной плоскости с осями $+1$ (ось вещественных чисел) и $+j$ (ось мнимых чисел). При этом положение вектора определяется комплексным числом: $a + jb$. Вещественная и мнимая части комплексного числа — это проекции вектора на соответствующие оси. Проекции обозначаются следующим образом: $a = \operatorname{Re}(A)$ и $b = \operatorname{Im}(A)$. Гармоническое колебание с произвольной начальной фазой ϕ представляется совокупностью двух функций — косинуса и синуса, т.е. $A \sin(\omega t + \phi) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$. Обычно при переходе от гармонического колебания к его векторному изображению и наоборот придерживаются следующего правила: косинусную составляющую колебания отождествляют с вещественной частью комплексного числа, а синусную — с мнимой частью.

1.3. ВРЕМЕННАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ

Замена непрерывного сигнала его мгновенными значениями, взятыми в отдельные моменты времени — так называемая временная дискретизация, или квантование сигнала по времени, — обязательное условие для применения цифровой обработки сигналов и процессов. В результате аналого-цифрового преобразования непрерывная функция $x(t)$, изображающая исходный сигнал, заменяется решетчатой функцией (рис. 1.4, а).

На практике чаще всего, но не обязательно, дискретизация сигнала во времени осуществляется с фиксированным интервалом между выборками. Дискреты $x(n\Delta t)$ создаваемой решетчатой функции однозначно определяются исходным колебанием. Однако обратная задача — восстановление исходной функции из решетчатой функции — в общем случае не может быть решена однозначно. Для решетчатой функции можно найти бесчисленное множество непрерывных функций, которые будут так называемыми огибающими дискретной функции

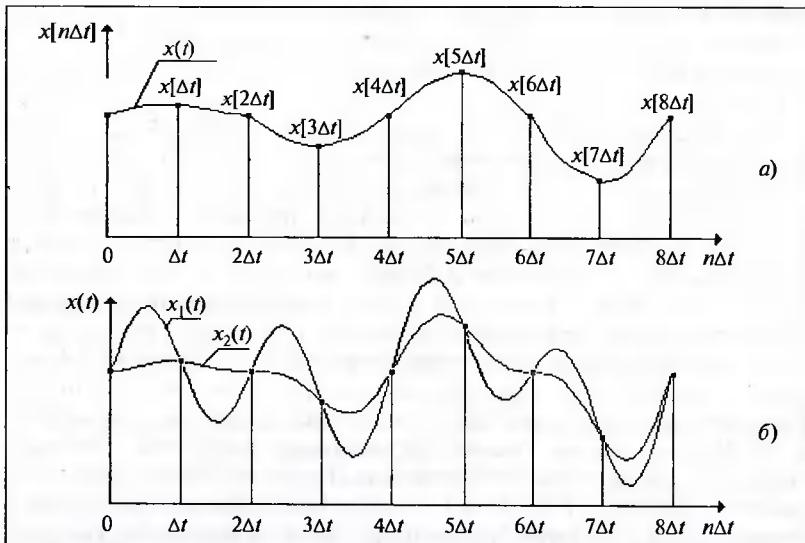


Рис. 1.4. Решетчатая функция (а) и возможные ее огибающие (б)

(рис. 1.4, б). Корректное восстановление исходной функции по ее дискретам возможно только в тех случаях, когда дискретизация производилась при выполнении определенных условий. Принципиальную возможность восстановления исходной функции по ее решетчатой функции доказывает теорема Котельникова (или теорема отсчетов), которая во временнном представлении формулируется следующим образом: если наивысшая частота в спектре функции $x(t)$ меньше некого значения f_{max} , то функция $x(t)$ полностью определяется последовательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга на интервалы $\Delta t \leq \pi/\omega_{max} = (1/2)f_{max}$. При выполнении этого условия огибающая будет казаться гладкой функцией на интервалах между выборками и точно совпадать с ними в моменты дискретизации. В этом случае функция $x(t)$ может быть представлена рядом вида [2]:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) \frac{\sin[\omega_{max}(t-n\Delta t)]}{\omega_{max}(t-n\Delta t)},$$

где $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$.

Возможность представления сигнала с ограниченным частотным спектром с помощью ряда была показана В. А. Котельниковым в 1933 г.

Предположим, что длительность сигнала $x(t)$ конечна и равна T_c , а его частотный спектр ограничен частотой f_{max} . Строго говоря, такое невозможно, так как финитный сигнал обладает теоретически бесконечным спектром. Однако практически всегда в спектре любого сигнала можно указать наивысшую частоту f_{max} такую, что энергия исходного сигнала и сигнала с усеченным спектром различались бы пре-небрежимо малой долей энергии [2]. В этом случае ряд будет иметь конечное число членов:

$$x(t) = \sum_{n=0}^N x(n\Delta t) \frac{\sin[\omega_{max}(t-n\Delta t)]}{\omega_{max}(t-n\Delta t)},$$

где $N = T_c/\Delta t = 2f_{max}T_c$, откуда следует, что основная энергия сигнала длительностью T_c может быть передана $2f_{max}T_c$ выборками. Число N называется базой сигнала.

Теорема отсчетов применительно к *частотной области* показывает возможность представления непрерывного спектра сигнала $S(\omega)$ рядом через частотные выборки из спектральной функции. Применительно к эффективной части спектра ряд имеет вид:

$$S(\omega) = \sum_{n=-N}^N S(n\Delta\omega) \frac{\sin\left[\frac{T_c}{2}(\omega-n\Delta\omega)\right]}{\frac{T_c}{2}(\omega-n\Delta\omega)}.$$

Таким образом, если во временной области интервал между выборками Δt не должен был превышать π/ω_{max} , то в частотной области интервал $\Delta\omega$ не должен превышать $2\pi/T_c$. При этом эффективная часть спектра должна находиться в области $-\omega_{max} < \omega < \omega_{max}$, а число выборок должно быть равно $2\omega_{max}/\Delta\omega = 2f_{max}T_c$. Выборки из спектральной плотности сигнала $S(n\Delta\omega)$ являются комплексными числами, т.е. задаются двумя параметрами: модулем и аргументом $S(n\Delta\omega)$. Вследствие этого общее число параметров в описании спектра оказывается вдвое большим. Избыточность при частотном представлении сигнала легко устраниется, если учесть, что $S(n\Delta\omega)$ и $S(-n\Delta\omega)$ являются комплексно-сопряженными числами. Следовательно, спектр полностью характеризуется совокупностью выборок, взятых, например, только из области положительных частот [2, 4]. Таким образом, для описания спектра сигнала требуется то же число независимых параметров $N = 2f_{max}T_c$, что и при временному представлении сигнала.

1.4. АНАЛОГО-ЦИФРОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ

Аналого-цифровой преобразователь — это устройство, преобразующее входной аналоговый сигнал в последовательность цифровых кодов. Аппаратная реализация АЦП может быть различной. Существуют АЦП мгновенных значений и интегрирующие АЦП. В устройствах, решающих одновременно несколько различных задач, какими и являются устройства релейной защиты, чаще всего применяются АЦП мгновенных значений. Обобщенная структурная схема тракта аналого-цифрового преобразования показана на рис. 1.5.

Аналого-цифровой преобразователь, осуществляя дискретизацию непрерывного во времени и по уровню аналогового сигнала, формирует на выходе последовательность из числовых данных, или, иначе, выборок, $x(n)$.

При преобразовании широкополосного сигнала на входе АЦП обязательно должен присутствовать так называемый антиалиазинговый (anti-aliasing — сглаживание) фильтр нижних частот $\Phi\text{НЧ}$ в аналого-вом исполнении. Частота среза этого фильтра в соответствии с теоремой отсчетов должна выбираться, по крайней мере, в 2 раза меньшей, чем частота осуществления выборок f_S : $f_{\text{срФНЧ}} \leq f_S/2$ — так называемая частота Найквиста. Этим обеспечивается ограничение частотного спектра преобразуемого сигнала, иными словами, формирование гладкой функции в пределах интервалов между выборками. Если этого не делать, то выходные данные АЦП $x(n)$ будут модулированы низкой частотой ($f_{\text{max}} - f_S$), которая не устраняется в последующем. Физику процесса модуляции можно объяснить эффектом биения колебаний разной частоты. Как известно, при сложении колебаний с разными частотами в результате колебаний присутствуют две составляющие: одна — с частотой, равной сумме частот исходных колебаний (ее в последующем можно легко удалить из дискретизированного сигнала путем цифровой фильтрации), и вторая — с частотой, равной разности частот. Если частота наивысшей гармоники f_{max} входного сигнала превышает частоту Найквиста, то колебание с разностной частотой ока-

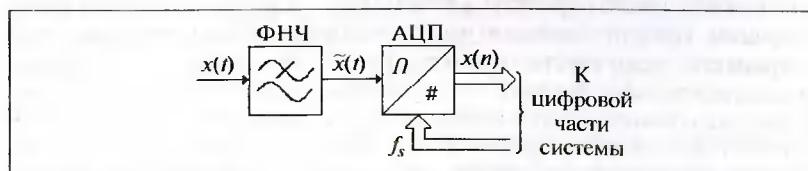


Рис. 1.5. Структурная схема тракта аналого-цифрового преобразования

зывается в рабочей полосе частот сигнала и не может быть удалено последующей цифровой фильтрацией.

Аналогово-цифровой преобразователь как аппаратный узел характеризуется рядом параметров. Наиболее существенными при анализе дискретизированных сигналов являются следующие характеристики АЦП: частота дискретизации (выборки) f_S , разрядность АЦП p и погрешность преобразования δ методического и инструментального происхождения.

Частота выборки мгновенных значений сигнала определяется полезной или рабочей частью частотного спектра сигнала. Минимальная частота выборки, как уже отмечалось, должна быть больше $2f_{max}$, т.е. $f_S \geq 2f_{max}$, где f_{max} — верхняя граница частотного спектра сигнала на входе АЦП. В цифровых устройствах, имеющих дело с процессами в электроэнергетических установках, работающих на промышленной частоте 50 Гц, частота выборки выбирается в пределах 600 – 2000 Гц [5]. Это позволяет работать с сигналами, включающими кроме основной гармоники и высшие, до 6-й или даже до 20-й.

Принципиально возможны два режима работы АЦП: с фиксированной частотой выборки, т.е. $f_S = \text{const}$, и с фиксированным числом выборок на периоде основной гармоники преобразуемого колебания, т.е. $N_S = \text{const}$.

При фиксированной частоте выборки от цифровой системы не требуется слежение за фактическим периодом преобразуемого сигнала. Это упрощает реализацию АЦП, но усложняет последующую обработку его выходных данных $x(n)$, так как число выборок, приходящихся на период сигнала, будет переменной величиной: $N_S = \text{var}$.

При фиксированном числе выборок N_S на периоде сигнала упрощается обработка данных, что и является основной причиной применения такого преобразования в некоторых устройствах РЗА. Однако корректное отслеживание текущей частоты сигнала возможно только в установленныхся режимах. В переходных режимах, например в момент включения АЦП в работу, и при отличии текущей частоты сигнала от расчетной, ориентируясь на которую АЦП начинает выполнять свои первые выборки, условие $N_S = \text{const}$ однозначно не будет выполняться. Потребуется некоторое время для так называемого захвата частоты. Аналогично, погрешность в преобразовании будет наблюдаться при скачкообразном изменении фазы колебания, например, вследствие короткого замыкания (КЗ) в электроустановке.

Что касается необходимой разрядности АЦП p , то она определяется динамическим диапазоном изменения контролируемой величины и заданной точностью работы цифрового устройства. В электроэнергетических системах наиболее динамичной величиной является ток. Ток электроустановки может изменяться от значений, близких к нулю (режим холостого хода), до 10 – 30-кратных значений (в режиме КЗ). По-

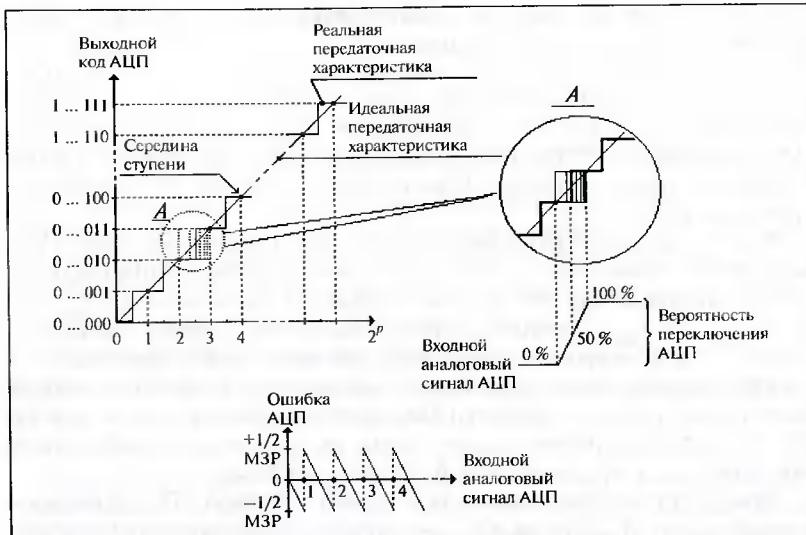


Рис. 1.6. Характеристики АЦП

грешность современных устройств релейной защиты и автоматики, приборов для определения места повреждения на воздушных линиях электропередачи и аварийных осциллографов не должна превышать 3 – 5 %. Это предполагает использование АЦП с представлением его выходного кода 10 – 12 двоичными разрядами или более.

Погрешность АЦП в первую очередь обусловливается нелинейностью (ступенчатостью) его передаточной характеристики (рис. 1.6). Аналого-цифровой преобразователь с разрядностью p потенциально может формировать 2^p выходных кодовых комбинаций. Разница между двумя соседними кодами соответствует горизонтальная ступенька на передаточной характеристике. Ширина этой ступеньки называется шагом квантования и определяется аналоговым весом младшего значащего разряда АЦП (МЗР, или LSB – Last Significant Bit – последний значащий бит). В идеально работающем АЦП ширина кванта (ступеньки) будет постоянной и равной 1 МЗР. Изменение входного сигнала в пределах одного МЗР не вызывает изменения выходного кода АЦП. Это обуславливает методическую, т.е. неустранимую, погрешность аналого-цифрового преобразования (см. сигнал ошибки на рис. 1.6).

При идеализации передаточной характеристики АЦП, т.е. если ориентироваться на характеристику, проходящую через середины ступенек, эта погрешность составит $\pm 1/2$ МЗР. В реальных АЦП может наблюдаться девиация точки переключения АЦП при переходе от раз-

ряда к разряду. При этом погрешность может составлять 3/4 МЗР и больше. Это так называемая дифференциальная нелинейность. Кроме того, в АЦП возможно смещение передаточной характеристики как по вертикали, так и по углу наклона, что приводит к дополнительной погрешности до 2 МЗР. При решении прикладных задач пользуются идеализированной линейной характеристикой АЦП, но всегда имеют в виду вышеотмеченные источники погрешности.

Конструктивно АЦП чаще всего выполняются для работы с однополярным сигналом. При необходимости преобразования знакопеременного сигнала, например гармонического колебания, либо осуществляют искусственное смещение входного сигнала, либо на входе АЦП устанавливают формирователь модуля сигнала (выпрямитель) и компаратор, формирующий дополнительный знаковый бит.

Выходные данные АЦП, как правило, представляются двоичным (бинарным) кодом. В последующем, при необходимости, эти данные могут приводиться к десятичной или иной системе счисления.

Для обратного преобразования выходных кодов АЦП в первичные значения контролируемых величин необходимо знать передаточную функцию входного тракта. В общем случае передаточная функция должна включать коэффициент преобразования первичного измерительного трансформатора тока/напряжения и коэффициенты преобразования всех промежуточных узлов тракта, включая АЦП.

1.5. СОМТРАДЕ-ФОРМАТ ЗАПИСИ ПРОЦЕССОВ В ЭНЕРГЕТИКЕ

Цифровые устройства РЗА и регистраторы аварийных процессов в электроустановках как законченные изделия являются для эксплуатационного персонала “закрытыми” системами. Причиной тому служат и некоторые элементы “ноу-хау”, используемые разработчиками, и затруднительность изложения сложных вопросов регистрации и обработки сигналов доступным языком в технической документации ограниченного объема. Файлы записи аварийных процессов, хранящиеся в устройствах, чаще всего формируются нестандартно, с учетом специфических особенностей конкретного устройства. Это обеспечивает запись информации с максимальной плотностью.

Появление в эксплуатации устройств, осуществляющих физическое воспроизведение записанных аварийных процессов в виде реальных токов и напряжений, например устройств типа “РЕТОМ” (фирма “Динамика”, Россия) и “Freja” (фирма “Programma”, Швеция), и автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП или SCADA-систем) привело к необходимости выработать единую форму представления записей регистраторов. По рекомендации Международной Комиссии (с 2000 г. — Международного Совета)

по большим энергетическим системам — CIGRE для регистрации процессов в энергетике стал использоваться COMTRADE-формат записи. Благодаря COMTRADE-формату появилась возможность как просматривать информацию, записанную неким цифровым устройством в фирменном программном обеспечении (ПО), так и производить ее обработку во внешней среде. Сегодня все разработчики цифровых устройств РЗА предоставляют пользователю программы-конверторы данных для перехода от внутрифирменного стандарта в общепринятый стандарт.

В соответствии с COMTRADE-форматом вся информация о процессе и условиях его записи отражается в трех одноименных файлах, имеющих разное расширение: <имя>.hdr, <имя>.cfg, <имя>.dat.

Файл <имя>.hdr — это текстовой файл-заголовок, так называемый Header-файл. Файл записывается в кодах ASCII и поэтому легко воспроизводится любым текстовым редактором. Файл содержит название энергообъекта, дату и время записи аварии, тип регистратора и другую информацию. На рис. 1.7 показан пример файла-заголовка S1FF0AD5.hdr, полученного после конвертирования в COMTRADE-формат файла S1FF0AD5.do, сформированного регистратором фирмы “Парма” (С.-Петербург).

Конфигурационный файл, или Config-файл вида <имя>.cfg, также является текстовым файлом и содержит следующую информацию: название энергообъекта, число и тип каналов регистратора; названия каналов; единицы измерения регистрируемых величин; коэффициенты передачи каналов записи и диапазоны представления выборок; частоту выборки; общее число выборок в записи процесса; дату и время пуска регистратора; время выборки первого значения данных и тип файла данных в бинарных кодах или в символах ASCII. На рис. 1.8 показана структура файла, где курсивом выделены комментарии, не входящие в файл S1FF0AD5.cfg.

Обобщенная передаточная функция любого канала записи регистратора имеет вид: $x(t) = ax(n) + b$, где $x(t)$ — значение входной величины на момент n -й выборки; a — масштабный коэффициент; b — ко-

ООО Парма, Санкт-Петербург.	
Название прибора:	“ГЭС-15” ЦРАП 1
Время записи данных:	17.07.1999 04:31:33
Комментарий:	Авария 17.07.99 04:31:34, системная авария с асинхронным ходом.
Исходный файл:	S1FF0AD5.DO
Другая информация:	

Рис. 1.7. Пример записи файла-заголовка

Рис. 1.8. Пример записи файла конфигурации

0000000001,0000000000,001293,003850,001039,002036,002062,002040,...,002053
0000000002,0000000556,001040,003813,001322,002042,002068,002037,...,002049

| | | | данные по 2-му каналу регистратора
| | | | данные по 1-му каналу регистратора
| | | | время от начала записи, мкс
порядковый номер выборки данных (номер строки записи в файле *.dat)

Рис. 1.9 Пример записи информации в файле данных

эффективент, учитывающий возможное смешение сигнала при преобразовании; $x(n)$ — цифровое значение выборки.

Файл данных (или Data-файл с именем <Имя>.dat) эквивалентен матрице размерности $(n + 2) \times m$, где n — число регистрируемых сигналов (столбцы матрицы), а m — общее число выборок из каждого сигнала в процессе записи (строки матрицы). Причем в первых двух столбцах этой матрицы располагаются, соответственно, порядковый номер выборки и время начала выборки относительно времени начала записи процесса. В ASCII-кодах файл данных SIFF0AD5.dat представляется в виде, приведенном на рис. 1.9.

Более подробную информацию о COMTRADE-формате можно найти в [6] или в Интернете, например, <http://bars.vei.ru>.

1.6. ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В РЕАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВАХ

В теоретических основах анализа сигналов многие положения и выводы базируются на предположении бесконечно длительного существования сигнала. Например, понятие частотного спектра, выводы о периодичности или непериодичности сигнала и другие данные можно получить только на этой основе. Реальные же вычислительные системы всегда оперируют с ограниченным объемом выборок, т.е. работают с сигналами конечной длительности.

Работа реальных вычислительных систем только с конечными объемами информации обусловливается следующим. Во-первых, ресурсы реальной вычислительной системы всегда ограничены объемом памяти, производительностью процессора и т.п. Во-вторых, неоправданно длительное наблюдение за сигналом вносит, соответственно, и большую задержку в получении результатов его анализа.

При рассмотрении работы реальных устройств используют понятие “окно наблюдения” T_W , под которым подразумевают число выборок, которыми оперирует вычислительная система. Схематично это показано на рис. 1.10, где рамкой отмечен участок сигнала, с которым система работает в текущий момент времени t_0 .

В ходе слежения за процессом данные в окне наблюдения обновляются: более ранняя выборка удаляется, а массив данных пополняется новой выборкой, причем относительно текущего времени t_0 система может располагать данными только из прошедшего времени. Чтобы подчеркнуть физическую сущность процессов, при описании алгоритмов реальных устройств иногда используют несколько непривычную для математики запись формул, например:

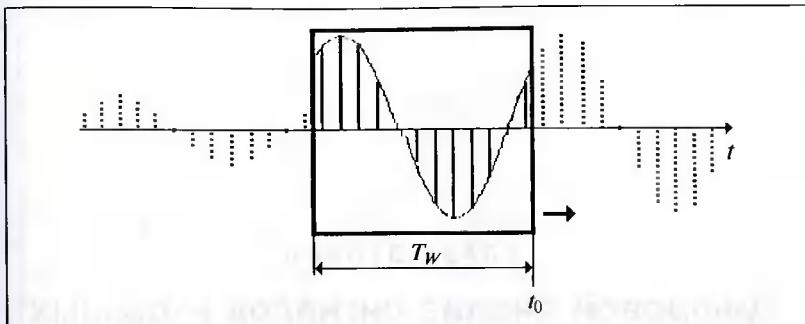


Рис. 1.10. Окно данных вычислительной системы

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{n=-N}^{-1} x_n \cos(2\pi n/N) \quad \text{вместо} \quad a_k = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \sin(2\pi n / N).$$

С позиций математики эти выражения эквивалентны, но в первом подчеркивается то обстоятельство, что все выборки принадлежат прошедшему времени.

Что касается вопроса об оптимальной ширине окна, то ответ на него не однозначен. С одной стороны, чем шире окно наблюдения, тем больше имеется информации о сигнале, а следовательно, возможен более детальный его анализ. С другой стороны, расширение окна наблюдения замедляет реакцию системы на изменения процесса. Действительно, в случае скачкообразного изменения сигнала корректирующее определение его параметров, например вычисление его нового действующего значения, возможно только после полного обновления данных в окне наблюдения. Таким образом, ширина окна наблюдения определяет *постоянную времени* вычислительной системы. В энергетике при анализе процессов, описываемых гармоническими колебаниями, чаще всего за ширину окна наблюдения принимают интервал, кратный периоду основной гармоники колебания. В некоторых публикациях, например [7], рассматриваются алгоритмы с определением параметров сигнала за меньшие отрезки времени, вплоть до использования значений только трех, двух и даже одной выборки. По существу это равносильно попытке создать устройство защиты, реагирующее на мгновенные значения сигнала. Как показывает практика релейной защиты, такие реле работают неудовлетворительно, и область их применения весьма ограничена.

ГЛАВА ВТОРАЯ

Цифровой анализ сигналов и данных

Обработка сигналов в обязательном порядке присутствует в составе любого программного обеспечения, ориентированного на решение прикладных задач, связанных с измерениями и анализом физических процессов. Рассмотрим в практическом аспекте основополагающие приемы работы с данными и сигналами.

2.1. ОПЕРАЦИИ С МГНОВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ СИГНАЛА

Определение мгновенных значений дискретно представленного сигнала. Исходно любой процесс или сигнал, отражающий этот процесс, представляется мгновенными значениями некой величины, которые определены для любого произвольного момента времени. В цифровых устройствах регистрация мгновенных значений сигнала осуществляется только в определенные моменты времени. Несмотря на это обстоятельство, определение мгновенных значений дискретно представленного сигнала также возможно для любого произвольного значения времени, но уже на основании расчетов с учетом близлежащих выборок.

При вычислении мгновенных значений дискретизированного сигнала в произвольной точке времени прибегают к различным методам интерполяции. Наиболее простой является линейная интерполяция, базирующаяся на предположении, что приращение функции пропорционально приращению аргумента. В этом случае значение функции $f(t_x)$ относительно заданной точки t_x (рис. 2.1) определяется выражением

$$f(t_x) \approx f(t_n) + \frac{t_x - t_n}{t_{n+1} - t_n} [f(t_{n+1}) - f(t_n)].$$

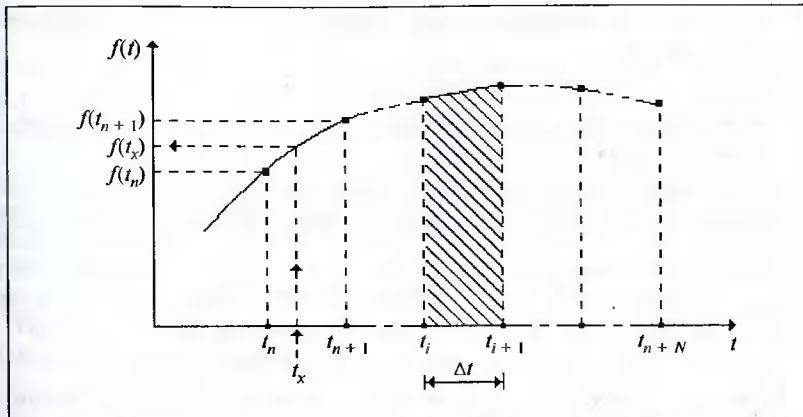


Рис. 2.1. Действия с мгновенными значениями дискретно представленного сигнала

В настоящее время, когда производительность цифровых процессоров существенно выросла, при интерполяции стали широко использоваться формулы Лагранжа и Ньютона и более сложные методы на основе сплайн-интерполяции [8].

Дифференцирование дискретно представленных функций. При анализе сигналов достаточно часто приходится сталкиваться с вычислением производной от функции. По математическому определению, функция $f(t)$ называется дифференцируемой в точке t_x , если существует предел:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t_x + \Delta t) - f(t_x)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f_x}{\Delta t},$$

где Δf_x , Δt — приращения функции и ее аргумента.

При всей строгости математических определений толкование понятия производной может быть различным. В зависимости от расположения интервала Δt относительно точки дифференцирования в математике существуют такие понятия, как производная справа и производная слева [9]. Это ведет к тому, что на практике возможно применение нескольких способов дифференцирования.

Опережающее дифференцирование. Используются так называемые прямые разности:

$$\Delta f_n = f(t_{n+1}) - f(t_n) \text{ — первая производная;}$$

$$\Delta^2 f_n = \Delta f(t_{n+1}) - \Delta f(t_n) = f_{n+2} - 2f_{n+1} + f_n \text{ — вторая производная;}$$

$$\Delta^k f_n = \Delta^{k-1} f(t_{n+1}) - \Delta^{k-1} f(t_n) \text{ — } k\text{-я производная.}$$

Отстающее дифференцирование. Производится с использованием обратных разностей:

$$\nabla f_n = f(t_n) - f(t_{n-1}) \text{ — первая производная;}$$

$$\nabla^2 f_n = \nabla f(t_n) - \nabla f(t_{n-1}) = f_n - 2f_{n-1} + f_{n-2} \text{ — вторая производная;}$$

$$\nabla^k f_n = \nabla^{k-1} f(t_n) - \nabla^{k-1} f(t_{n-1}) \text{ — } k\text{-я производная.}$$

Центральное дифференцирование. Производится с использованием интерполированных значений дискретной функции на середине интервала Δt :

$$\delta f_n = f(t_{n+1/2}) - f(t_{n-1/2}) \text{ — первая производная;}$$

$$\delta^2 f_n = \delta f(t_{n+1/2}) - \delta f(t_{n-1/2}) \text{ — вторая производная;}$$

$$\delta^k f_n = \delta^{k-1} f(t_{n+1/2}) - \delta^{k-1} f(t_{n-1/2}) \text{ — } k\text{-я производная.}$$

Как видно, вычисления производных можно вести различными способами и получать, соответственно, разные результаты. Наиболее близкий к истине результат обеспечивает центральное дифференцирование, но оно и наиболее трудоемко, так как требует предварительного вычисления значений сигнала в промежуточных точках между выборками. При решении прикладных задач часто идут по более простому пути, если это не привносит существенной погрешности в конечный результат.

Интегрирование дискретно представленных функций. Оперирование мгновенными значениями сигнала не всегда обеспечивает желаемые результаты. Дело в том, что наблюдение за сигналом в окрестностях только одной точки не дает общей картины о процессе в целом.

В цифровых системах при обработке данных достаточно часто встречается операция интегрирования. Опираясь лишь на текущие мгновенные значения функции, вычисление ее интегральных значений возможно проводить лишь простейшим способом — методом трапеций. Так, вычисление определенного интеграла от функции $f(t)$, заданной равномерно отстоящими дискретными значениями на отрезке $[t_n, t_{n+N}]$, можно представить следующей последовательностью действий:

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{t_{n+N}} f(t) dt &= \sum_{i=n}^{n+N-1} \left[\int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t) dt \right] \approx \sum_{i=n}^{n+N-1} \left[\frac{f(t_i) + f(t_{i+1})}{2} \right] \Delta t = \\ &= \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=n}^{n+N-1} [f(t_i) + f(t_{i+1})]. \end{aligned}$$

2.2. АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ

При обработке информации, например результатов эксперимента, при переходе от массива данных, полученного с одной частотой выборки, к массиву данных с другим интервалом между выборками и т.д., иногда возникает необходимость представлять массив выборок из сигнала или каких-то других числовых данных в виде математической функции. При решении подобных задач используется аппроксимация исходных данных. Наибольшей популярностью при аппроксимации пользуется метод наименьших квадратов. Суть его сводится к следующему.

Предположим, что необходимо получить функцию, устанавливающую связь между парами чисел:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n),$$

где x_i — независимая переменная, а y_i — соответствующая ей, зависимая переменная.

Допустим, по результатам N отдельных измерений требуется установить связь между током (независимая переменная x) и падением напряжения на участке электрической цепи (зависимая переменная y), т.е. получить некую функцию $u(x)$, которая аппроксимировала бы экспериментальные результаты:

$$y_i \approx u(x_i) \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, N.$$

Тип функции, обеспечивающей наилучшие результаты аппроксимации, определяется особенностями конкретного процесса. В качестве аппроксимирующей функции может применяться экспоненциальная, гармоническая или иная функция. На практике чаще всего применяют полиномиальные функции вида

$$u(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m,$$

где $m < N$.

Определить аппроксимирующую полином $u(x)$ — это значит найти его коэффициенты: a_0, a_1, \dots, a_m .

Обозначим отклонение результата измерения в i -м эксперименте y_i от аппроксимирующей кривой как параметр ε_i , т.е.

$$\varepsilon_i = y_i - u(x_i).$$

Оптимальное местоположение аппроксимирующей кривой на множестве экспериментальных точек будет наблюдаться в том случае,

когда сумма квадратов отклонений точек будет наименьшей. Это видно из следующего выражения:

$$S = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)]^2.$$

Минимальное же значение суммы S будет при равенстве нулю ее частных производных, т.е.

$$\frac{\partial S}{\partial a_k} = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m.$$

Частные производные от суммы квадратов отклонений образуют систему из m нормальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a_0} &= -2 \sum_{i=1}^N [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0; \\ \frac{\partial S}{\partial a_i} &= -2 \sum_{i=1}^N x_i [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0; \\ &\dots \\ \frac{\partial S}{\partial a_m} &= -2 \sum_{i=1}^N x_i^m [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

После преобразования эту систему уравнений можно представить в матричной форме следующим образом:

$$\begin{bmatrix} N & \Sigma x_i & \dots & \Sigma x_i^m \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \dots & \Sigma x_i^{m+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma x_i^m & \Sigma x_i^{m+1} & \dots & \Sigma x_i^{2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y_i \\ \Sigma x_i y_i \\ \dots \\ \Sigma x_i^m y_i \end{bmatrix}. \quad (2.1a)$$

Решение этой системы уравнений при конкретных значениях экспериментальных данных и позволяет получить значения коэффициентов аппроксимирующего полинома.

Пример 2.1. Пусть требуется аппроксимировать результаты экспериментального определения вольт-амперной характеристики, используя полином 3-й степени. Решим задачу вышеуказанным способом

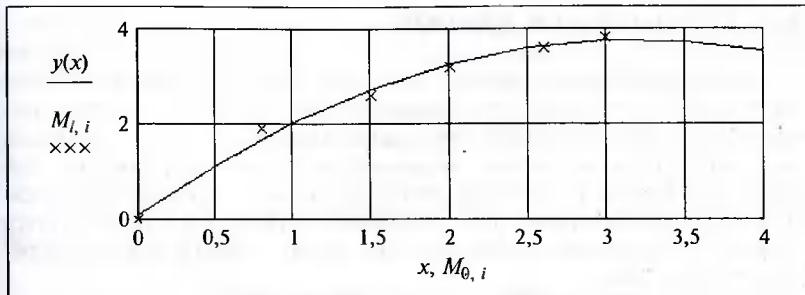


Рис. 2.2. Аппроксимация данных по методу наименьших квадратов

бом, применяя среду символьной математики Mathcad и следующие обозначения:

Data — матрица с данными эксперимента. Верхний ряд образован независимой переменной — током, а нижний — соответствующими ему значениями напряжений;

X, A, Y — обозначение соответствующих матриц применительно к выражению (2.1);

$A = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X \cdot Y$ — решение системы уравнений в матричной форме.

$$\text{Data:}=\begin{bmatrix} 0 & 0.8 & 15 & 2 & 2.6 & 3 & 4.7 \\ 0 & 19 & 26 & 3.2 & 3.6 & 3.8 & 4 \end{bmatrix} \quad M:=\text{Data} \quad N:=5$$

$$X:= \begin{bmatrix} N+1 & \sum_{i=0}^N M_{0,i} & \sum_{i=0}^N (M_{0,i})^2 \\ \sum_{i=0}^N M_{0,i} & \sum_{i=0}^N (M_{0,i})^2 & \sum_{i=0}^N (M_{0,i})^3 \\ \sum_{i=0}^N (M_{0,i})^2 & \sum_{i=0}^N (M_{0,i})^3 & \sum_{i=0}^N (M_{0,i})^4 \end{bmatrix} \quad Y:= \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^N M_{1,i} \\ \sum_{i=0}^N (M_{0,i} M_{1,i}) \\ \sum_{i=0}^N [(M_{0,i})^2 M_{1,i}] \end{bmatrix}$$

$$A:=(X^T \cdot X)^{-1} \cdot X \cdot Y \quad X=\begin{bmatrix} 6 & 99 & 22.65 \\ 99 & 22.65 & 56.463 \\ 22.65 & 56.463 & 148.17 \end{bmatrix} \quad A=\begin{bmatrix} 0.08 \\ 2.295 \\ -0.358 \end{bmatrix} \quad Y=\begin{bmatrix} 15.1 \\ 32.58 \\ 78.402 \end{bmatrix}$$

На рис. 2.2 в графическом виде представлены результаты данной аппроксимации:

$$x:=0, 0.5 .. 4 \quad y(x):=A_0 + A_1 x + A_2 x^2 \\ i:=0 .. 5$$

2.3. СГЛАЖИВАНИЕ ДАННЫХ

Экспериментальные данные или, например, выборки из сигнала часто содержат случайные погрешности, для устранения которых применяют сглаживание (выравнивание) исходных данных. Сглаживание экспериментальных данных заключается в уточнении ординат каждой отдельной точки с учетом положения нескольких близлежащих точек. Для случая нормального распределения погрешностей используется способ Гаусса (метод наименьших квадратов). Задача сглаживания решается в два этапа:

1) по нескольким точкам экспериментальных данных определяется аппроксимирующая функция;

2) по критерию минимального среднеквадратического отклонения уточняются ординаты точек относительно аппроксимирующей функции.

На практике стремятся использовать простые сглаживающие функции с минимальным числом параметров. Как и при аппроксимации, в общем случае сначала определяется вид наиболее подходящей аппроксимирующей функции, а затем вычисляются ее коэффициенты.

Линейное сглаживание по трем точкам. В качестве аппроксимирующей берется функция вида: $y = a_0 + a_1x$. Рассмотрим случай равнодistantного расположения точек, т.е. $x_k = kh$, где h — интервал между значениями независимой переменной x . При заданном числе точек, используемых при аппроксимации (в данном случае $N = 3$), система уравнений (2.1) преобразуется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^N y_i &= Na_0 + \sum_{i=0}^N a_1 x_i; \\ \sum_{i=0}^N x_i y_i &= \sum_{i=0}^N a_0 x_i + \sum_{i=0}^N a_1 x_i^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Подставив в эти уравнения значения $x_k = kh$ и приняв симметричное расположение точек данных относительно интересующей нас центральной (второй) точки, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{k=-1}^1 y_k &= Na_0 + a_1 \sum_{k=-1}^1 kh; \\ \sum_{k=-1}^1 (kh)y_k &= a_0 \sum_{k=-1}^1 kh + a_1 \sum_{k=-1}^1 (kh)^2. \end{aligned}$$

Из этой системы уравнений определяются значения коэффициентов аппроксимирующей функции. Они будут равны:

$$a_0 = (y_{-1} + y_0 + y_1)/3; \\ a_1 = (-y_{-1} + y_1)/2h.$$

Соответственно сглаженные значения точек будут определяться по следующим выражениям:

$$Y_{-1} = (5y_{-1} + 2y_0 - y_1)/6; \\ Y_0 = (y_{-1} + y_0 + y_1)/3; \\ Y_{+1} = (-y_{-1} + 2y_0 + 5y_1)/6.$$

Сглаживание по пяти точкам. Возьмем в качестве аппроксимирующей функции полином второй степени:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

Действуя аналогично предыдущему случаю, получим выражение для оценки сглаженного значения ординаты n -й (центральной) точки:

$$Y_n = \frac{1}{35}(-3y_{n-2} + 12y_{n-1} + 17y_n + 12y_{n+1} - 3y_{n+2}).$$

Уместно отметить, что данный способ сглаживания применяется, в частности, в программном обеспечении цифровых осциллографов фирмы “Парма”.

Альтернативные способы сглаживания. Современная математика и соответствующие программные математические пакеты для инженерных расчетов предлагают более совершенные способы сглаживания с использованием гауссова ядра. Например, для точек, отделенных друг от друга интервалами приблизительно равной ширины, применяется сглаживание с вычислением локально взвешенных значений ординат точек. Если длина интервалов между точками существенно изменяется, можно использовать адаптивное сглаживание [10].

2.4. АППРОКСИМАЦИЯ И СГЛАЖИВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ С АПЕРИОДИЧЕСКИМИ СОСТАВЛЯЮЩИМИ

В электрических цепях напряжения и токи наряду с вынужденными составляющими синусоидальной формы часто содержат свобод-

ные составляющие экспоненциального вида. Для определения параметров такого сложного колебания можно использовать метод минимизации среднеквадратической ошибки со следующим алгоритмом действий.

Если учесть, что аппроксимирующая функция должна наилучшим образом описывать данное колебание, то разумно применить функцию следующего вида:

$$g(t) = K_0 e^{-t/\tau} + \sum_{m=1}^M (K_{lc} \cos m\omega_0 t + K_{ls} \sin m\omega_0 t).$$

Интегральная ошибка между реальным колебанием и аппроксимирующей его функцией определяется выражением

$$S = \int [x(t) - g(t)]^2 dt.$$

Условие наилучшего совпадения аппроксимирующей функции и сигнала будет обеспечиваться наилучшим образом при равенстве нулю частных производных от функции ошибки, т.е.

$$\frac{\partial S}{\partial K_0} = -2 \int \left[x(t) - K_0 e^{-t/\tau} - \sum_{m=1}^M (K_{lc} \cos m\omega_0 t + K_{ls} \sin m\omega_0 t) \right] e^{-t/\tau} dt = 0;$$

$$\frac{\partial S}{\partial K_{lc}} = -2 \int \left[x(t) - K_0 e^{-t/\tau} - \sum_{m=1}^M (K_{lc} \cos m\omega_0 t + K_{ls} \sin m\omega_0 t) \right] \cos m\omega_0 t dt = 0;$$

$$\frac{\partial S}{\partial K_{ls}} = -2 \int \left[x(t) - K_0 e^{-t/\tau} - \sum_{m=1}^M (K_{lc} \cos m\omega_0 t + K_{ls} \sin m\omega_0 t) \right] \sin m\omega_0 t dt = 0;$$

Выбор пределов интегрирования в вышеприведенных выражениях определяется эффективной длительностью апериодической составляющей. Если постоянная времени экспоненты τ больше или соизмерима с периодом основной гармоники T_0 , то интегрирование должно вестись в пределах порядка 3τ . В случае, когда интегрирование допусти-

мо выполнять в пределах периода основной гармоники, т.е. при малых τ , расчетные выражения существенно упрощаются и имеют вид:

$$K_0 = \left[\int_t^{t+T_0} x(t) e^{-t/\tau} dt \right] / \left[\int_t^{t+T_0} x(t) e^{-2t/\tau} dt \right];$$

$$K_{1c} = \frac{2}{T_0} \int_t^{t+T_0} x(t) \cos m\omega_0 t dt;$$

$$K_{1s} = \frac{2}{T_0} \int_t^{t+T_0} x(t) \sin m\omega_0 t dt.$$

2.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В электротехнике многие процессы и соответствующие им сигналы идеализированно представляют в виде одного гармонического колебания известной частоты. При обработке информации такое представление тоже может иметь место в случае пренебрежимо малого уровня помех, сопутствующих полезному сигналу, или в случае хорошей аналоговой фильтрации сигнала перед его анализом.

Если сигнал описывается функцией вида

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.3)$$

то для вычисления его обобщенных (интегральных) параметров — амплитуды A и аргумента φ — можно воспользоваться методом первой производной.

Действительно, первая производная синусоидальной функции

$$x'(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi). \quad (2.4)$$

При совместном решении уравнений (2.3) и (2.4) имеем:

$$A = \sqrt{[x(t)]^2 + [x'(t)/\omega]^2};$$

$$\varphi = \{\operatorname{tg}[\omega x(t)/x'(t)]\}^{-1}.$$

Когда интегральные параметры тока и напряжения электроустановки определены, то на их основе можно вычислить и их производные величины: действующие значения, мощность, сопротивление цепи и т.п. Например, по напряжению $u(t) = U \sin(\omega t)$ и току $i(t) = I \sin(\omega t + \phi)$ можно вычислить модуль и аргумент вектора полной мощности:

$$|S| = |U||I| = \left\{ \sqrt{[u(t)]^2 + [u'(t)/\omega]^2} \right\} \cdot \left\{ \sqrt{[i(t)]^2 + [i'(t)/\omega]^2} \right\};$$

$$\varphi_S = \varphi_U + \varphi_I = \operatorname{tg}^{-1}[\omega u(t)/u'(t)] + \operatorname{tg}^{-1}[\omega i(t)/i'(t)].$$

Несложно определить и параметры вектора полного сопротивления цепи по известным значениям напряжения и тока:

$$|Z| = \left\{ |U|/|I| = \sqrt{[u(t)]^2 + [u'(t)/\omega]^2} \right\} / \left\{ \sqrt{[i(t)]^2 + [i'(t)/\omega]^2} \right\};$$

$$\varphi_Z = \varphi_U - \varphi_I = \operatorname{tg}^{-1}[\omega u(t)/u'(t)] - \operatorname{tg}^{-1}[\omega i(t)/i'(t)].$$

К сожалению, реальные сигналы электроустановок не являются идеальными функциями. Для осуществления вышеприведенных вычислений требуется предварительная обработка сигнала.

2.6. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ

2.6.1. Разложение периодических сигналов на элементарные функции

Анализ периодических функций (сигналов) сложной формы часто удобнее выполнить, разложив исходную функцию на элементарные составляющие. Впервые это было сделано в 1807 г. французским математиком Фурье с использованием гармонических функций. Благодаря уникальным особенностям гармонических функций разложение Фурье широко применяется в науке и инженерной практике и в настоящее время. В электротехнике гармонический анализ, несмотря на появившиеся позже и другие альтернативные способы разложения сложных функций, остается основным способом анализа электрических цепей.

Во-первых, гармонические функции вида $\sin x, \cos x, \sin 2x, \cos 2x, \sin 3x, \dots$ образуют полную ортонормированную систему, т.е.

$$\int_{-\pi}^{\pi} (\sin kx \cdot \cos mx) dx = \begin{cases} 1 & \text{при } (k = m); \\ 0 & \text{при } (k \neq m). \end{cases}$$

Во-вторых, если ряд Фурье сходится к некой функции $x(t)$, то эта функция однозначно определяется дискретной совокупностью коэффициентов ряда. При ограниченном числе членов ряд Фурье обеспечивает наилучшее в смысле среднеквадратической погрешности приближение к исходному сигналу, а при увеличении числа членов ряда Фурье до бесконечности среднеквадратическая погрешность разложения стремится к нулю. Правда, из этого не следует, что ряд будет точно воспроизводить функцию $x(t)$ в любой момент времени t . В частности, при разрыве функции в некоторой точке t ряд Фурье сходится к среднеарифметическому значению функции в точке разрыва.

В-третьих, только гармонические сигналы обладают таким важным свойством, как сохранение своей формы при прохождении через линейные электрические цепи. Это обстоятельство очень существенно для электротехники, так как упрощает анализ линейных электрических цепей, таких как: частотные фильтры, фильтры симметричных составляющих и т.п. При анализе достаточно отследить изменение амплитуд и фаз отдельных гармоник, а затем реконструировать выходной сигнал простым суммированием выходных гармоник.

В виде ряда Фурье можно представить любую функцию, удовлетворяющую условию периодичности $x(t) = x(t + T)$, где T — период повторения функции, и условиям Дирихле — функция должна быть ограниченной, кусочно-непрерывной и иметь на протяжении периода конечное число экстремумов или разрывов. При этом возможное наименьшее значение периода называется основным или базовым периодом и обозначается T_0 .

В тригонометрической форме ряд Фурье имеет вид

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega_0 t, \quad (2.5)$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ — основная (фундаментальная) круговая частота; $k = 1, 2, 3, \dots$ — номер гармоники.

Весовые коэффициенты при гармониках $a_0, a_1, b_1, \dots, a_k, b_k, \dots$, можно найти по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T_0} \int\limits_t^{t+T_0} x(t) dt; \\ a_k &= \frac{2}{T_0} \int\limits_t^{t+T_0} x(t) \cos k\omega_0 t dt; \\ b_k &= \frac{2}{T_0} \int\limits_t^{t+T_0} x(t) \sin k\omega_0 t dt. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Через весовые коэффициенты ряда Фурье определяются уровень постоянной составляющей в сигнале

$$A_0 = \frac{a_0}{2},$$

амплитуда любой гармоники

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

и ее начальная фаза

$$\operatorname{tg}(\varphi_k) = \frac{a_k}{b_k}.$$

В некоторых случаях удобнее пользоваться рядом Фурье, представленным в комплексной (экспоненциальной) форме:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_0 t}, \quad (2.7)$$

где $C_k = \frac{1}{T_0} \int\limits_t^{t+T_0} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$ — коэффициент при k -й гармонике, являющийся комплексным числом; $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ — номер члена ряда.

Связь между комплексными и вещественными базовыми функциями вытекает из тождества Эйлера:

$$e^{jk\omega_0 t} = \cos(k\omega_0 t) + j \sin(k\omega_0 t),$$

которое можно представить и в следующем виде:

$$\cos k\omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{jk\omega_0 t} + e^{-jk\omega_0 t});$$

$$\sin k\omega_0 t = \frac{1}{2j} (e^{jk\omega_0 t} - e^{-jk\omega_0 t}).$$

Учитывая, что коэффициенты экспоненциального ряда являются комплексно-сопряженными числами, т.е. $|C_k| = |C_{-k}|$, а $\varphi_k = -\varphi_{-k}$, и используя показательную форму записи комплексного числа $C_k = |C_k|e^{j\varphi_k}$, выражение (2.7) приведем к следующему виду:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{-\infty}^{\infty} |C_k| e^{j\varphi_k + jk\omega_0 t} = \\ &= C_0 + \sum_{0}^{\infty} |C_k| [e^{j(\varphi_k + k\omega_0 t)} + e^{-j(\varphi_k + k\omega_0 t)}] = C_0 + \sum_{0}^{\infty} 2|C_k| \cos(k\omega_0 t + \varphi_k), \end{aligned}$$

откуда следует, что вещественную функцию $x(t)$ можно представить суммой косинусоид, имеющих амплитуды $2|C_k|$ и начальные фазы φ_k .

Следовательно, между коэффициентами рядов Фурье с вещественными (2.5) и комплексными (2.7) базовыми функциями имеется связь:

$$\begin{array}{lll} \text{при } k = 0: & a_0 = 2C_0; & C_0 = a_0/2; \\ & A_0 = C_0; & C_0 = A_0; \end{array}$$

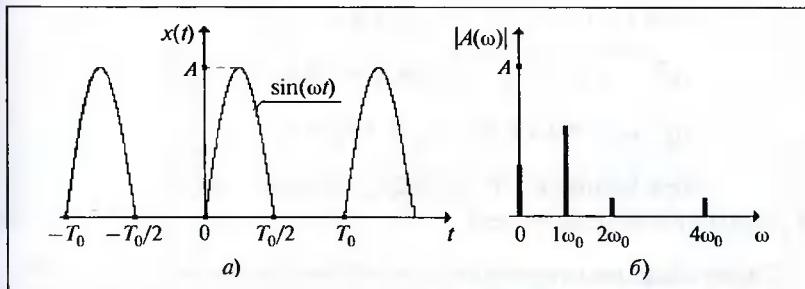


Рис. 2.3. Возможное представление сигнала:

a — в виде функции времени; *б* — в виде амплитудно-частотного спектра

$$\begin{aligned} \text{при } k \neq 0: \quad & a_k = (C_k + C_{-k}) = 2|C_k| \cos \varphi_k; \quad & C_k = |C_k| e^{j\varphi_k} = a_k + j b_k; \\ & b_k = j(C_k - C_{-k}) = -2|C_k| \sin \varphi_k; \\ & A_k = 2|C_k|; \quad & |C_k| = (a_k^2 + b_k^2)^{1/2}; \\ & \varphi_k = \arctg[\operatorname{Im}(C_k) / \operatorname{Re}(C_k)]; \quad & \varphi_k = \arctg(a_k / b_k). \end{aligned}$$

Резюмируя вышесказанное, можно отметить, что любая периодическая функция может быть представлена двумя способами: в виде временной зависимости и совокупностью коэффициентов ряда Фурье, представляющих собой либо пары вещественных чисел a_k, b_k (или A_k, φ_k), либо комплексные числа C_k , состоящие также из пар чисел. Физическая сущность коэффициентов ряда Фурье заключается в отражении амплитуд и начальных фаз отдельных гармонических составляющих, входящих в состав сложного периодического колебания.

Полный ряд Фурье содержит бесконечное число членов. Однако основная часть энергии реальных электрических колебаний передается в ограниченном диапазоне частот, т.е. конечным числом гармоник [1 – 4]. Иными словами, в большей своей части коэффициенты полного ряда Фурье пренебрежимо малы на фоне конечного числа реально значимых коэффициентов. Это позволяет использовать при описании реальных колебаний конечные ряды Фурье.

Пример 2.2. На рис. 2.3, *a* представлены электрические колебания, имеющие место при однополупериодном выпрямлении синусоидального тока.

Период данного сигнала определяется частотой энергосистемы $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Определим спектральный состав сигнала, воспользовавшись (2.5) и (2.7).

Учитывая, что сигнал на первой половине периода представляется частью синусоиды, а на второй — нулем, вычислим значения коэффициентов ряда Фурье:

$$\text{при } k = 0 \quad A_0 = C_0 = A/\pi \approx 0.318A;$$

$$\text{при } k = 1 \quad A_1 = 2|C_1| = A/2 = 0.5A; \quad C_1 = A/4j; \quad \varphi_1 = 0;$$

$$\text{при нечетных } k > 1 \quad A_k = 2|C_k| = 0;$$

$$\begin{aligned} \text{при четных } k > 1 \quad A_k = 2|C_k| = A/[\pi(1 - k^2)]; \\ C_k = A/[\pi(1 - k^2)]; \quad \varphi_k = -\pi/2. \end{aligned}$$

Таким образом, первые члены ряда Фурье имеют вид

$$x(t) = \frac{A}{\pi} + \frac{A}{2} \sin(\omega_0 t) - \frac{2A}{3\pi} \cos(2\omega_0 t) - \frac{2A}{15\pi} \cos(4\omega_0 t) - \frac{2A}{70\pi} \cos(6\omega_0 t) - \dots$$

Амплитудно-частотный спектр этого сигнала показан на рис. 2.3, б.

Пример 2.3. Пусть сигнал описывается выражением

$$x(t) = 0,7 \sin(\omega t + \pi/2) + 0,5 \sin 2\omega t.$$

Определим коэффициенты при представлении его рядом Фурье.

При периоде $T = 1/\omega$ коэффициенты Фурье для данной функции будут равны:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] dt = 0;$$

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] \cos \omega t dt = 0;$$

$$b_1 = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] \sin \omega t dt = 0,7;$$

$$a_2 = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] \cos 2\omega t dt = 0,5;$$

$$b_2 = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] \sin 2\omega t dt = 0;$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] \cos k\omega t dt = 0;$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} \left[0,7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 0,5 \sin 2\omega t \right] \sin k\omega t dt = 0.$$

Соответственно, интегральные параметры сигнала при изображении его в виде временной функции будут следующими:

$$A_1 = 0,7; \quad \varphi_1 = \pi/2; \quad A_2 = 0,5; \quad \varphi_2 = 0.$$

Так как исходный сигнал сам по себе был элементарным набором гармоник, то вычисленные коэффициенты и являются амплитудами и фазами этих гармоник.

2.6.2. Анализ дискретно представленных сигналов

После аналого-цифрового преобразования непрерывный сигнал представляется совокупностью его мгновенных значений (выборок). В дальнейших рассуждениях погрешностью в значениях выборок, обусловленной ступенчатой характеристикой АЦП, будем пренебрегать, предполагая достаточно высокую разрядность АЦП. Будем также предполагать, что временной интервал между выборками выбран с учетом требования теоремы Котельникова. Как уже отмечалось, принципиально аналого-цифровое преобразование может выполняться как с постоянным интервалом между выборками Δt_S , так и с фиксированным числом выборок N на каждом периоде преобразуемого колебания T_0 . С точки зрения обработки информации используемый способ дискретизации имеет существенное значение.

Дискретный сигнал с фиксированным числом выборок на периоде. При фиксированном числе выборок N на периоде сигнала T_0 для вычисления коэффициентов ряда Фурье можно использовать следующие алгоритмы:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n; \\ a_k &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(k2\pi \frac{n}{N}\right); \\ b_k &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\left(k2\pi \frac{n}{N}\right), \end{aligned} \right\}$$

или

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{jk2\pi \frac{n}{N}}, \quad (2.9)$$

где n — порядковый номер выборки из сигнала в пределах периода; N — число выборок из сигнала на его периоде $T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$; $\Delta t_S = T_0/N$ — временной интервал между выборками.

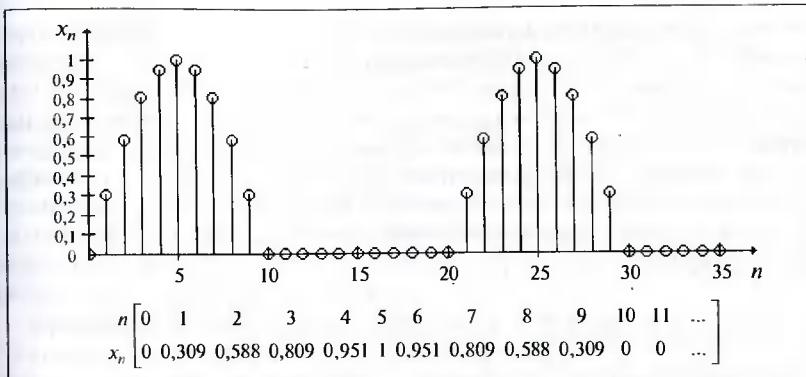


Рис. 2.4. Синусоидальный сигнал при однополупериодном выпрямлении в дискретной форме

Пример 2.4. На рис. 2.4 показан сигнал из примера 2.2, но представленный в дискретной форме. Под рисунком приведены значения выборок при $N = 20$.

Ниже приводятся значения коэффициентов первых четырех членов ряда, вычисленные по (2.8), и в скобках — взятые из примера 2.2:

$$a_0 = 0,631; \quad A_0 = 0,316 (0,318);$$

$$a_1 = 0; \quad b_1 = 0,5; \quad A_1 = 0,5 (0,5); \quad \varphi_1 = 0;$$

$$a_2 = -0,218; \quad b_2 = 0; \quad A_2 = 0,218 (0,212); \quad \varphi_2 = -1,571;$$

$$a_4 = -0,048; \quad b_4 = 0; \quad A_4 = 0,048 (0,042); \quad \varphi_4 = -1,571.$$

Можно убедиться, что значения коэффициентов ряда Фурье при дискретном представлении сигнала несколько отличаются от значений, соответствующих аналоговому представлению сигнала.

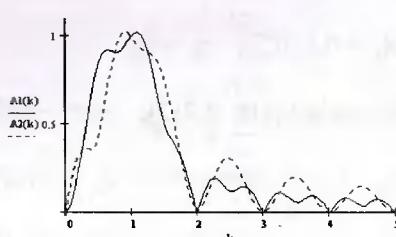
Сигнал с фиксированной частотой дискретизации. При фиксированной частоте осуществления выборок f_S и изменяющемся периоде колебаний T_0 вычисления коэффициентов ряда Фурье по формулам (2.8) и (2.9) не будут корректными. Ошибка обусловливается несовпадением фактического периода колебаний T_0 с расчетным интервалом $T = N\Delta t$. Убедимся в этом.

Определим амплитуду гармонического колебания по алгоритму (2.8) для случая, когда интервал между выборками Δt неизменен, а период колебания изменяется в широких пределах. Одновременно рас-

смотрим влияние начального фазового сдвига сигнала на результаты расчета. В качестве исходного сигнала будем рассматривать либо синусоиду $x_1(k\omega, n) = \sin(k\omega n/N)$, либо косинусоиду $x_2(k\omega, n) = \cos(k\omega n/N)$. Здесь $k = \omega_{\text{факт}}/\omega_{\text{расч}}$ — коэффициент, учитывающий отклонение фактической частоты от расчетного значения $1/2\pi$; n — номер выборки. Нижеприведенная программа позволяет выполнить такой расчет и представить результаты в графическом виде. Расчетные же значения амплитуды в ближайшей окрестности точки $k = 1$ показаны на графике.

$$N := 20 \quad x1(k, n) := \cos\left(k \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) \quad x2(k, n) := \sin\left(k \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right)$$

$$\begin{aligned} A1(k) := & \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 0..N \\ \quad \quad \quad N \\ a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \int x1(k, n) \cdot \cos(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n) dn \\ \quad \quad \quad 0 \\ \quad \quad \quad N \\ a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \int x1(k, n) \cdot \sin(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n) dn \\ \quad \quad \quad 0 \\ A \leftarrow |a + j \cdot b| \\ \end{array} \right| \\ A2(k) := & \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 0..N \\ \quad \quad \quad N \\ a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \int x2(k, n) \cdot \cos(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n) dn \\ \quad \quad \quad 0 \\ \quad \quad \quad N \\ a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \int x2(k, n) \cdot \sin(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n) dn \\ \quad \quad \quad 0 \\ A \leftarrow |a + j \cdot b| \\ \end{array} \right| \end{aligned}$$



k	$A1(k)$	$A2(k)$
0.7	0.917	0.824
0.75	0.909	0.909
0.8	0.909	0.973
0.85	0.92	1.011
0.9	0.942	1.026
0.95	0.972	1.02
1	1	1
1.05	1.019	0.973
1.1	1.022	0.946
1.15	1.004	0.925
1.2	0.965	0.913
1.25	0.906	0.906

По сути, мы получили графическое представление амплитудно-частотной характеристики преобразования Фурье.

Как видно из графиков, точное определение амплитуды происходит только на расчетной частоте ($k = 1$). При этом другие гармоники с частотой, кратной основной, если они присутствуют в сигнале, не влияют на определение амплитуды первой гармоники. При больших отклонениях частоты колебаний от расчетной погрешность резко увеличивается. При частоте сигнала, близкой к расчетной, что характерно для большинства режимов работы энергосистем, эта ошибка незначительна и ею можно пренебречь. Можно отметить, что при малых от-

клонениях частоты от расчетной погрешность в вычислении амплитуды зависит от формы исходного колебания (синусоида или косинусоида). Точнее, погрешность зависит от расположения гармонического колебания в пределах расчетного интервала (окна наблюдения), т.е. от начальной фазы колебания по отношению к этому интервалу. Вблизи расчетной частоты погрешность изменяется практически линейно, а ее значение пропорционально отклонению частоты. Изменение же знака погрешности в зависимости от фазового сдвига гармоники является причиной низкочастотной модуляции выходных данных. Это хорошо видно из следующего примера.

Пример 2.5. Нижеследующая программа демонстрирует флуктуацию вычисляемой амплитуды колебания при отклонении периода колебания от расчетного значения на +20 и -20 %. Расчетные амплитуды гармоник приведены на рис. 2.5 – 2.7.

$$N := 20 \quad x1(n) := \cos\left(0.8 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) \quad x2(n) := \sin\left(1 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) \quad x3(n) := \sin\left(1.2 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right)$$

$$n := 0..200 \quad M1_n := x1(n) \quad M2_n := x2(n) \quad M3_n := x3(n)$$

$$A(n, X) := \begin{cases} X \leftarrow X \\ \text{for } i \in 0..N-1 \\ \quad y_i \leftarrow X_{n-N+1+i} \\ \quad a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right) \\ \quad b \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right) \\ \quad A \leftarrow |a + j \cdot b| \\ A \end{cases}$$

Как видно, период и глубина модуляции определяются отклонением частоты колебания от расчетной.

Погрешности гармонического анализа при наблюдении сигнала на отрезке меньшем периода колебания. Поскольку тригонометрические функции обладают свойствами симметрии, возникает желание определить коэффициенты ряда Фурье при наблюдении сигнала на отрезке времени, меньшем, чем период колебания. Уменьшение числа выборок, участвующих в расчете, повышает реакцию вычислительной системы на изменения в сигнале и, в принципе, выполнимо. Например, алгоритм для вычисления коэффициентов ряда Фурье на отрезке в половину периода будет иметь следующий вид:

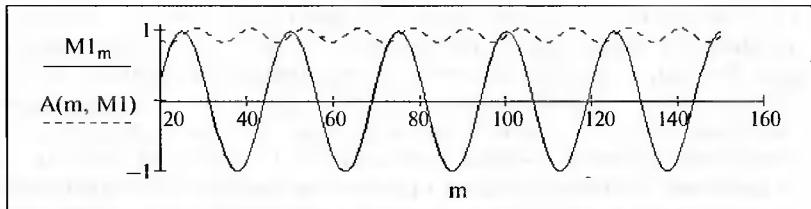


Рис. 2.5. Расчетная амплитуда гармоники (пунктир) при пониженной частоте колебания

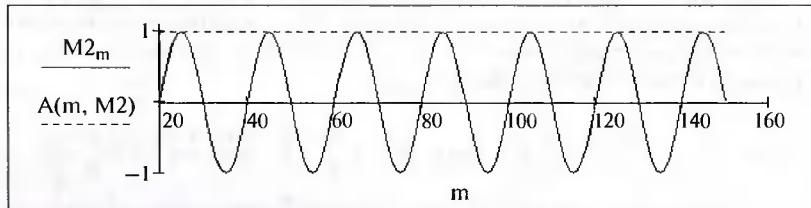


Рис. 2.6. Расчетная амплитуда гармоники (пунктир) при номинальной частоте колебания

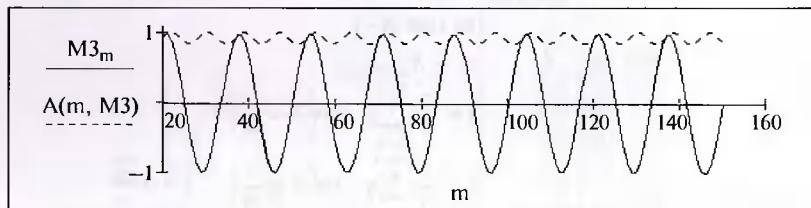


Рис. 2.7. Расчетная амплитуда гармоники (пунктир) при повышенной частоте колебания

$$a_k = \frac{4}{N} \sum_{n=1}^{N/2} x_n \cos\left(k\pi \frac{n}{N}\right);$$

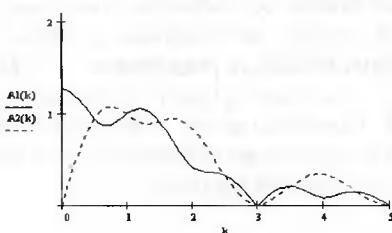
$$b_k = \frac{4}{N} \sum_{n=1}^{N/2} x_n \sin\left(k\pi \frac{n}{N}\right).$$

Рассмотрим АЧХ такого преобразования, воспользовавшись представленной ниже программой:

$$N := 20 \quad x1(k,n) := \cos\left(k \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) \quad x2(k,n) := \sin\left(k \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right)$$

$$A1(k) := \begin{cases} \text{for } n \in -N, -(N-1)..N \\ \quad a \leftarrow \frac{4}{N} \cdot \int_{-N/2}^0 x1(k,n) \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) dn \\ \quad b \leftarrow \frac{4}{N} \cdot \int_{-N/2}^0 x1(k,n) \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) dn \\ \quad A \leftarrow |a + jb| \end{cases}$$

$$A2(k) := \begin{cases} \text{for } n \in -N, -(N-1)..N \\ \quad a \leftarrow \frac{4}{N} \cdot \int_{-N/2}^0 x2(k,n) \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) dn \\ \quad b \leftarrow \frac{4}{N} \cdot \int_{-N/2}^0 x2(k,n) \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{N} \cdot n\right) dn \\ \quad A \leftarrow |a + jb| \end{cases}$$



k	A1(k)	A2(k)
0.7	0.874	1.072
0.75	0.882	1.077
0.8	0.898	1.074
0.85	0.92	1.063
0.9	0.946	1.046
0.95	0.974	1.024
1	1	1
1.05	1.023	0.975
1.1	1.041	0.951
1.15	1.053	0.93
1.2	1.057	0.913
1.25	1.054	0.901

Из АЧХ видно, что данный алгоритм чувствителен к присутствию в сигнале апериодической составляющей и четных гармоник:

В принципе, если исходный сигнал представляется лишь одной гармоникой известной частоты, то расчет ее амплитуды можно вести и по еще более короткому отрезку, вплоть до использования трех выборок [7]. Однако в нестационарных режимах погрешность таких алгоритмов может быть недопустимо большой.

Быстрое преобразование Фурье. Дискретное преобразование Фурье широко применяется в системах цифровой обработки информации. При вычислении коэффициентов ряда Фурье по алгоритмам (2.8) и (2.9) требуется выполнять $(N-1)^2 \approx N^2$ операций умножения и $N(N-1) \approx N^2$ операций сложения. Это приводит к тому, что с ростом N резко увеличивается объем вычислений. В настоящее время во многих цифровых устройствах широко применяется так называемое быстрое преобразование Фурье (БПФ или FFT — Fast Fourier Transform). Функции БПФ включены во многие программные пакеты символьной математики. Идея быстрого преобразования заключается в рекуррентном применении основополагающих выражений дискретного преобразования Фурье к анализируемому сигналу. Существуют различные алгоритмы БПФ, отличающиеся друг от друга способами раз-

деления выборок на подгруппы и требованиями, предъявляемыми к числу одновременно обрабатываемых выборок. Особенно эффективным БПФ становится при условии: $N = 3 \cdot 2^s$ или $N = 2^s$, где s — целые числа [8]. Например, при $N = 2^s$ число выполняемых операций уменьшается до значения порядка $N \log_2 N$ вместо N^2 .

2.7. ДРУГИЕ ФОРМЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Интеграл Фурье. Представление временнй функции рядом Фурье справедливо только для случая, когда функция наблюдается в бесконечных пределах, т.е. от $-\infty$ до $+\infty$. Наблюдение реального сигнала всегда ограничено во времени. По своей сути конечные во времени реальные сигналы — непериодические. Однако финитный сигнал можно рассматривать как частный случай периодического сигнала с периодом T , стремящимся к ∞ [4]. При беспределном возрастании T разности между частотами соседних гармоник ряда Фурье $\Delta\omega = 2\pi/T$ и сама частота основной (первой) гармоники ω_0 будут стремиться к нулю, обращаясь в дифференциал. Соответственно, дискретное множество значений частот переходит в непрерывно изменяющуюся частоту ω , а сумма гармоник — в интеграл по этой частоте:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (2.10)$$

Обратный переход от спектральной характеристики к временнй функции выполняется в соответствии со следующим выражением:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} F(j\omega) d\omega. \quad (2.11)$$

Соотношение (2.10) называют прямым преобразованием Фурье. Оно позволяет найти по заданной функции $x(t)$ ее спектральную (частотную) характеристику $F(j\omega)$. Обратное преобразование Фурье дает возможность по спектру $F(j\omega)$ определить функцию $x(t)$. В отношении прямого преобразования Фурье существует ограничение, накладываемое на функцию $x(t)$: чтобы интеграл имел определенное конечное значение, функция $x(t)$ должна не только удовлетворять условиям Дирихле, но и быть абсолютно интегрируемой в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. Это значит, что $x(t)$ должна стремиться к нулю при $t \rightarrow -\infty$ и $t \rightarrow +\infty$.

Преобразование Фурье в интегральной форме представляет интерес в первую очередь для анализа сигналов и процессов в целом. На базе преобразования Фурье получено очень важное для анализа сигналов равенство (Парсеваля):

$$\int_{-\infty}^{\infty} [x(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega,$$

из которого вытекает, что энергия, переносимая функцией $x(t)$, равна энергии, заключенной в ее частотном спектре $F(j\omega)$. Это свойство позволяет правильно формировать требования к полосе пропускания канала передачи сигнала для исключения искажений последнего.

Преобразование Лапласа. Прямое и обратное преобразования Фурье применимы только для функций с ограниченной энергией, т.е. удовлетворяющих условию [4]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty.$$

Указанному условию удовлетворяют практически все функции, с которыми имеют дело в технике. Однако некоторые функции, встречающиеся чаще всего при теоретическом анализе, например дельта-функция, требуют применения преобразования Лапласа. При одностороннем преобразовании Лапласа в качестве нормирующей функции вместо функции $\exp(-j2\pi f t)$ используют функцию более общего вида: $\exp[-(c + j2\pi f)t]$, а интеграл берут в пределах от 0 до ∞ . В общем случае нижний предел интеграла не обязательно должен быть равен нулю, но он должен быть конечным. Преобразование Лапласа можно рассматривать как одностороннее преобразование Фурье произведения $x(t)e^{-ct}$. Принимая за начало отсчета $t = 0$ и выбирая константу c такой, чтобы происходило достаточно быстрое затухание произведения $x(t)e^{-ct}$, можно применять преобразование Лапласа практически ко всем функциям. Обозначая комплексное число $c + j2\pi f$ как оператор p , получаем результат преобразования Лапласа в виде функции с аргументом p :

$$F(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt.$$

Чтобы интеграл Лапласа имел конечное значение, функция $x(t)$ должна удовлетворять условиям Дирихле, т.е. за любой конечный промежуток времени иметь конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов. Кроме того, при $t > 0$ функция должна удовлетворять условию $|x(t)| < Ae^{\alpha t}$, где A и α — некоторые положительные числа. Практически для всех реальных электрических процессов можно подобрать такие значения A и α , чтобы модуль функции $x(t)$ возрастил медленнее, чем $Ae^{\alpha t}$, и тем самым выполнялось условие для применения преобразования Лапласа. Связь между оригинальной функцией и ее изображением по Лапласу записывают условно в виде $F(p) := x(t)$.

Обратное преобразование Лапласа позволяет получать временные функции из их изображений:

$$x(t) = \int_{c-j2\pi f}^{c+j2\pi f} F(p) e^{-pt} dp,$$

условно записываемые как $x(t) := F(p)$.

В литературе по математике и электротехнике приводятся таблицы преобразования Лапласа для наиболее часто встречающихся функций. Преобразование Лапласа широко применяется в аналитических методах частотного анализа электрических цепей.

Z-преобразование. При исследовании цифровых систем получило распространение Z-преобразование, которое является частным случаем дискретного преобразования Лапласа. При Z-преобразовании [9] решетчатая функция (оригинал) заменяется ее изображением (Z-преобразованием). В символической форме запись преобразования подобна записи преобразования Лапласа для непрерывной функции и выглядит так:

$$F(z) = Z\{f[n]\} = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{-pnT_s} = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] z^{-n},$$

где $f[n]$ — n -я выборка из непрерывной функции $f(t)$ (при $t = nT_s$); $p = c + j\omega$ — комплексная величина (c — абсцисса абсолютной сходимости, а ω — угловая частота); $z = e^{pT_s}$. В литературе, например [9], можно найти z -изображение часто встречающихся функций. Как и дискретное преобразование Лапласа, Z-преобразование линейно, что делает его удобным для анализа цифровых систем в аналитическом виде, например, при исследовании прохождения сигнала через диск-

ретные частотные фильтры. Или, разложив изображение в ряд Лорана, можно вычислить значение оригинала $f[n]$ в точках дискретизации.

2.8. РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛА НА ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Гармонический анализ широко применяется в электротехнике как основное средство анализа линейных систем. Однако разложение сложных функций на гармонические составляющие не является единственно возможным. В последнее время в связи с широким внедрением цифровой вычислительной техники все шире начинают применять разложение сигналов на прямоугольные функции, в частности на функции Уолша.

Функции Уолша (в английской транскрипции — Walsh), известные с 1922 г., были преданы забвению до появления цифровых вычислительных машин. Преимущества функций Уолша по сравнению с гармоническими заключаются в существенном упрощении вычислений при анализе сигналов, так как трудоемкие операции умножения удается заменить более простыми алгебраическими действиями.

Преобразование Уолша базируется на том положении, что любая периодическая функция, определенная на интервале $[t_1, t_1 + T)$, может быть разложена в ряд следующего вида:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} W_k Wal(k, t / T), \quad (2.12)$$

где W_k — коэффициенты ряда; $Wal(k, t/T)$ — функция Уолша k -го номера (порядка); $k = 0, 1, 2, \dots$ — целые числа; t/T — безразмерный аргумент, выражаемый в долях периода T .

Коэффициенты ряда Уолша W_k определяются из выражения

$$W_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) Wal(k, t / T) dt. \quad (2.13)$$

Функции Уолша представляют собой прямоугольные колебания, принимающие одно из двух значений: $+1$ или -1 , и образуют полную ортонормированную систему.

На рис. 2.8 представлены первые восемь функций Уолша для интервала $0 \leq t/T < 1$.

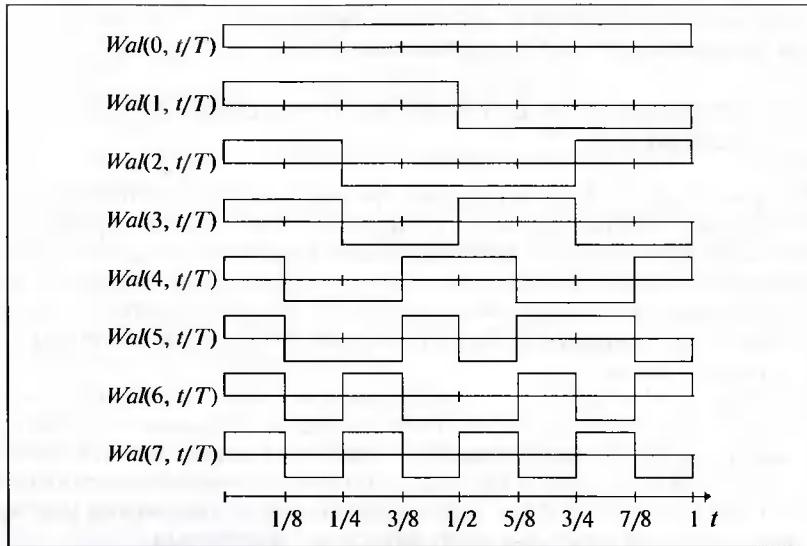


Рис. 2.8. Вид первых восьми функций Уолша

Функции Уолша обладают следующими свойствами:

- они ортонормированы на интервале $0 \leq t/T < 1$, т.е.

$$\int_0^T Wal(k, t/T) Wal(m, t/T) dt = \begin{cases} 1, & \text{при } k = m \\ 0, & \text{при } k \neq m \end{cases}$$

- удвоение номера функции эквивалентно сжатию шкалы времени наполовину, т.е.

$$Wal(2k, t/T) = Wal(k, 2t/T); \quad (2.14)$$

- при перемножении двух функций Уолша получается новая функция с номером ($k \otimes m$):

$$Wal(k, t/T) Wal(m, t/T) = Wal(k \otimes m, t/T), \quad (2.15)$$

где ($k \otimes m$) — символическая запись номера функции как результата логической операции “Исключающее “ИЛИ” (синонимы операции: неравнозначность, бинарное перемножение) над бинарными номерами исходных функций. Например, при перемножении функций второго и третьего порядков: $2 := 010$, $3 := 011$ получится функция с номером

ром 1, так как $010 \otimes 011 = 001 \rightarrow 1$ (1 — в десятичной системе счисления);

- все функции имеют четную или нечетную симметрию относительно $t = T/2$, т.е.

$$Wal[k, (T-t)/T] = (-1)^k Wal(k, t/T).$$

Функции Уолша с четными номерами являются четными функциями относительно середины интервала представления, а функции с нечетными номерами — соответственно нечетными. В отношении симметрии функции Уолша в какой-то степени подобны тригонометрическим функциям $\cos(2\pi kt/T)$ и $\sin(2\pi kt/T)$, что хорошо видно из рис. 2.8. Можно отметить и то обстоятельство, что функции Уолша легко адаптируются для любого интервала.

Для работы с дискретизированными сигналами удобнее применять функции Уолша в дискретной форме.

Предположим, что на интервале T выполняется N выборок. В этом случае разумно задаться функциями Уолша с дискретной длиной, равной N . В табл. 2.1 приведены значения первых восьми функций Уолша при их дискретной длине $N = 8$.

Для других случаев значения функций Уолша в точках дискретизации можно получить либо из выражений (2.14) и (2.15), либо, если $N = 2^p$, рассчитать значение функции Уолша k -го порядка в j -й точке по следующему выражению [2]:

$$Wal(k, t/T) = \prod_{r=0}^p (-1)^{(k_{p-r} + k_{p-r-1})j_r}, \quad (2.16)$$

где \prod — символ произведения; $j_r = 0, 1, \dots, N-1$; $k_r = 0, 1, \dots, N-1$ — номера точек, представляемые в двоичной форме;

Таблица 2.1

Функция Уолша	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	$j = 6$	$j = 7$
$Wal(0, j)$	1	1	1	1	1	1	1	1
$Wal(1, j)$	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
$Wal(2, j)$	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
$Wal(3, j)$	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
$Wal(4, j)$	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
$Wal(5, j)$	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
$Wal(6, j)$	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
$Wal(7, j)$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1

$j = \sum_{r=0}^{p-1} j_r \cdot 2^r; \quad k = \sum_{r=0}^{p-1} k_r \cdot 2^r$ — те же параметры, но в десятичной форме.

Пример 2.6. Пусть требуется разложить в ряд Уолша сигнал, получаемый при однополупериодном выпрямлении синусоидальной функции $x(t) = A \sin \omega t$. В пределах периода повторения $T = 2\pi/\omega$ сигнал можно представить как:

$$x(t) = A \sin [(2\pi/T)t] \Big|_{0 \leq t < T/2} + 0 \Big|_{T/2 \leq t < T},$$

или, при представлении функцией аргумента t/T на единичном интервале $0 \leq t/T < 1$ (см. также рис. 2.8):

$$x(t) = A \sin [2\pi(t/T)] \Big|_{0 \leq t/T < 1/2} + 0 \Big|_{1/2 \leq t/T < 1}.$$

Определим коэффициенты первых восьми функций Уолша:

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{1}{1} \int_0^{1/2} A \sin(2\pi t/T)(+1)d(t/T) + \frac{1}{1} \int_{1/2}^1 0 \cdot (+1)d(t/T) = \\ &= -\frac{A}{2\pi} \cos(2\pi t/T)(+1) \Big|_0^{1/2} = A/\pi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{1} \int_0^{1/2} A \sin(2\pi t/T)(+1)d(t/T) + \frac{1}{1} \int_{1/2}^1 0 \cdot (-1)d(t/T) = \\ &= -\frac{A}{2\pi} \cos(2\pi t/T)(+1) \Big|_0^{T/2} = A/\pi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{1}{1} \int_0^{1/4} A \sin(2\pi t/T)(+1)d(t/T) + \\ &+ \frac{1}{1} \int_{1/4}^{1/2} A \sin(2\pi t/T)(-1)d(t/T) + \frac{1}{1} \int_{1/2}^1 0 \cdot (\pm 1)d(t/T) = 0; \end{aligned}$$

$$W_3 = \dots = 0;$$

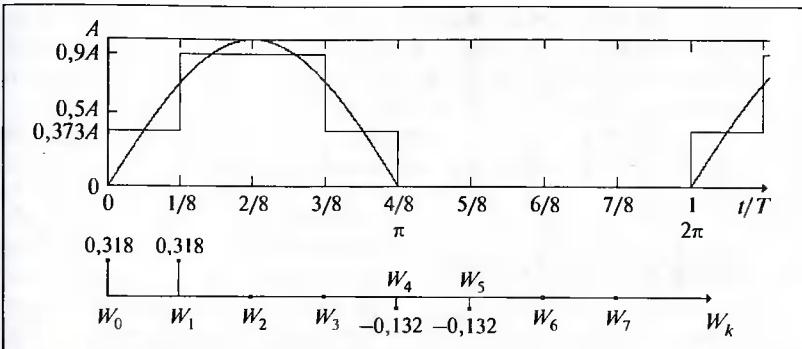


Рис. 2.9. Вид реконструированного сигнала и его спектра

$$W_4 = \frac{1}{1} \int_0^{1/8} A \sin(2\pi t/T) (+1)d(t/T) + \frac{1}{1} \int_{1/8}^{3/8} A \sin(2\pi t/T) (-1)d(t/T) + \\ + \frac{1}{1} \int_{3/8}^{1/2} A \sin(2\pi t/T) (+1)d(t/T) + \frac{1}{1} \int_{1/2}^{1} 0 \cdot (\pm 1)d(t/T) = \frac{A}{\pi}(1 - \sqrt{2});$$

$$W_5 = \dots = \frac{A}{\pi}(1 - \sqrt{2});$$

$$W_6 = \dots = 0;$$

$$W_7 = \dots = 0.$$

Таким образом, сигнал $x(t)$, представленный на интервале $0 \leq t < 1$ первыми восьми членами ряда Уолша, будет иметь вид

$$x(t/T) \approx A/\pi + (A/\pi)Wal(1, t/T) + \\ + [A(1 - \sqrt{2})/\pi]Wal(4, t/T) + [A(1 - \sqrt{2})/\pi]Wal(5, t/T) + \dots$$

На рис. 2.9 приведен вид реконструированного сигнала и его спектра.

Между вектором коэффициентов Фурье и вектором коэффициентов Уолша существует однозначная связь. Путем сравнения представлений сигнала по (2.5) и по (2.12) можно перейти к системе уравнений

$$\begin{bmatrix} W_0 \\ W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_k \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} & A_{02} & \dots & A_{0k} & \dots \\ A_{10} & A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1k} & \dots \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2k} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{k0} & A_{k1} & A_{k2} & \dots & A_{kk} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_k \\ \dots \end{bmatrix}$$

или в сжатой матричной форме:

$$\mathbf{W} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{F},$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W}.$$

где \mathbf{W} — вектор коэффициентов Уолша; \mathbf{F} — вектор коэффициентов Фурье; \mathbf{A} — матрица связей.

Таким образом, можно выполнить вычисления с использованием функций Уолша, а конечный результат представить привычным спектром.

Кроме функций Уолша известны и другие прямоугольные функции, например Радемахера, Адамари, Пэли. Следует отметить, что даже семейства функций Уолша могут различаться вследствие применения различных способов их нумерации. Это приводит к тому, что спектры даже одного и того же сигнала будут внешне разными.

К сожалению, несмотря на отмеченные преимущества использования прямоугольных функций, ограниченный опыт их применения в инженерной практике пока не привел к формированию таких же ассоциаций, как это имеет место между временным представлением сигнала и его частотным спектром в случае использования преобразований Фурье.

2.9. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В БАЗИСЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЛН (ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ)

Преобразования Фурье, Уолша и им подобные обеспечивают хорошие результаты при анализе стационарных сигналов. При рассмотрении непериодических сигналов или, например, нестационарных процессов с применением преобразования Фурье возникают проблемы. Действительно, обобщенная спектральная характеристика процесса в целом не позволяет определять моменты возникновения локальных изменений в сигнале, например появление или исчезновение отдельных гармонических составляющих. Это хорошо демонстрирует рис. 2.10, где представлены процесс с непрерывным изменением час-

тоты колебания во времени и его спектральная характеристика. Если же спектральный анализ выполнять применительно к небольшому отрезку времени, полагая, что за пределами окна наблюдения сигнал подобен наблюдаемому в данный момент, то изменения частоты колебания в какой-то степени детализируются, но при этом теряется общее представление о процессе. Локализация же возмущений в сигнале требует предельного сужения окна наблюдения. Таким образом, анализ по Фурье не позволяет выявить локальные частотно-временные возмущения сигнала, т.е. одновременного представлять сигнал и во времени и по частоте и тем самым адекватно представлять сигнал его частотным спектром. Как видно из рис. 2.10, спектральная характеристика практически ничего не говорит о рассматриваемом процессе, и не ясно, каким должно быть окно наблюдения в случае применения ограниченного (оконного) преобразования Фурье.

Желание видеть весь процесс в целом и одновременно иметь детальное представление о локальных особенностях сигнала привело к новому способу анализа — волновым преобразованиям. Теория волновых преобразований сформировалась и стала пригодной для практического применения лишь в конце 80-х годов прошедшего столетия. Волновые или вейвлет-преобразования (wavelet — всплеск, короткая или компактная волна) также базируются на возможности представления сложных сигналов элементарными, но затухающими колебаниями различного вида [11, 12]. Сегодня разложение сигналов на элементарные волны на-

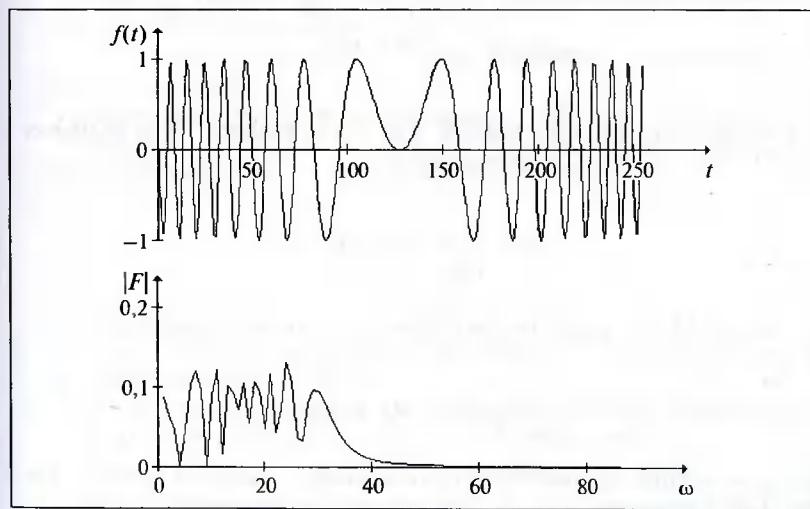


Рис. 2.10. Сигнал с непрерывно изменяющейся частотой и его спектральная характеристика

чиная использоватьсь во многих областях, где применяется цифровая обработка информации. Волновые преобразования применимы как к непрерывным функциям, так и к массивам вещественных данных, которыми являются цифровые записи процессов. Используя волновые преобразования, сложные процессы можно отображать в трехмерном пространстве с осями координат: амплитуда, время, частота. Однако в силу относительно высокой сложности вычислений практическое применение волновых преобразований стало возможным лишь с появлением компьютеров высокой производительности.

По сравнению с гармоническим преобразованием по Фурье волновые преобразования допускают использование большего многообразия элементарных функций. На рис. 2.11 представлены некоторые из используемых вейвлет-функций.

Наиболее простыми, с точки зрения их аналитического выражения, являются первая и вторая производные от колоколообразной функции распределения Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a} e^{-\frac{(x-b)^2}{2a^2}}.$$

Вейвлет в виде первой производной от функции Гаусса, изображенный кривой 1 на рис. 2.11, *a*, описывается выражением

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-\frac{1}{4}} (1-t) e^{\frac{-t^2}{2}}.$$

На рис. 2.11, *a* в виде кривой 2 показан вейвлет “мексиканская шляпа”, аналитически выражаемый как

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-\frac{1}{4}} (1-t^2) e^{\frac{-t^2}{2}}.$$

Вейвлет Морле является функцией комплексной величины:

$$\psi(t) = e^{j\omega_0 t} e^{\frac{-t^2}{2}},$$

где ω_0 — частота гармонического колебания; j — мнимая единица. На рис. 2.11, *b* показана вещественная составляющая этой функции.

Вейвлет Даубечи, изображенный на рис. 2.11, *c*, не является аналитически выражаемой функцией и представляется лишь рекуррентно.

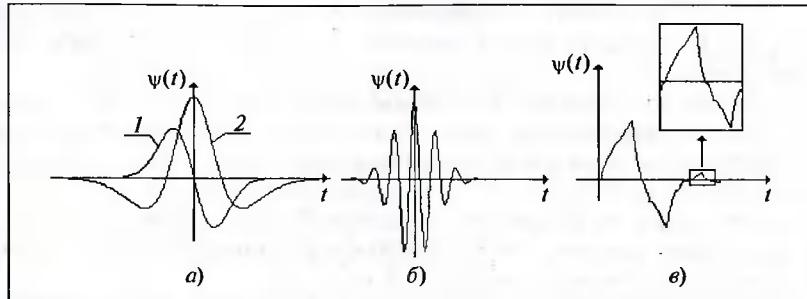


Рис. 2.11. Примеры волновых функций

По своей сути волновое преобразование непрерывной функции $f(t)$ заключается в разложении ее на функции, каждая из которых является сдвинутой и масштабированной (сжатой или растянутой) копией порождающего так называемого материнского вейвлета.

Действительно, если перемещать вдоль оси времени сигнал изображенного на рис. 2.10, волновую функцию, например вейвлет Морле (рис. 2.11, б), то значение интегральной свертки рассматриваемого сигнала с волновой функцией будет максимальным в те моменты времени, когда период сигнала совпадет с периодом вейвлета. При использовании волнового преобразования эффективность локализации изменений сигнала оказывается выше, чем при использовании оконного преобразования Фурье.

В теории волнового анализа различают следующие виды преобразований.

Непрерывное вейвлет-преобразование (CWT — Continuous Wavelet Transform). Для общности рассуждений базисную функцию представляют как функцию с двумя параметрами вида

$$\Psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right),$$

где τ — сдвиг базисной функции во времени; a — масштабный коэффициент вейвлета.

Прямое преобразование, т.е. разложение сложной функции на элементарные, определяется следующим выражением:

$$W(a,\tau) = \langle f(t) | \Psi_{a,\tau}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt; \quad a, \tau \in \mathbb{R}; \quad a \neq 0, \quad (2.16)$$

где $\langle \dots \rangle$ — компактное обозначение свертки сигнала $f(t)$ с волной $\psi_{a,\tau}(t)$; \mathbf{R} — пространство возможных вещественных значений коэффициентов a и τ .

Прямое волновое преобразование порождает функцию двух переменных и эквивалентно разложению сигнала при всех возможных сдвигах во времени и всех возможных сжатиях (растяжениях) базисной функции. Переменная a определяет масштаб вейвлета и является аналогом частоты в сравнении с анализом Фурье, а переменная τ определяет сдвиг вейвлета. Таким образом, a и τ определяют амплитуду и сдвиг соответствующего вейвлета $W(a, \tau)$.

Прямое преобразование, используемое для анализа сигналов, предъявляет менее жесткие требования к виду волновой функции, в отличие от обратного преобразования необходимого для решения задач синтеза.

Обратное преобразование определяется выражением [12]:

$$f(t) = \frac{1}{C_\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(a, \tau) \varphi(a, \tau, t) \frac{da d\tau}{a^2},$$

где $C_\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$ — нормализующий коэффициент.

Таким образом, если при анализе по Фурье каждой частоте соответствует всего одна гармоническая составляющая, то при использовании вейвлет-анализа каждой частоте соответствует множество сдвинутых друг относительно друга функций. При наличии в сигнале локальных возмущений (разрывов, всплесков) в преобразовании Фурье на это указывают появляющиеся всплески в высокочастотной части спектра. Однако эти всплески в спектре по Фурье не привязаны к моментам появления возмущений. При использовании же вейвлет-преобразования формируемые вейвлет-образы имеют повышенные амплитуды вблизи точек возмущений. Непрерывное вейвлет-преобразование содержит в себе очень большой объем информации и трудоемко в реализации.

Диадное волновое преобразование. В практических задачах обработки информации, когда сигнал имеет ограниченный частотный спектр и допускается определенная погрешность при анализе, непрерывное преобразование может быть выполнено для конечного числа дискретных значений a и τ . Это позволяет существенно сократить количество копий порождающего вейвлета. Часто используемый на практике случай — вычисление значений $W(a, \tau)$ только для a и τ , удовлетворяющих условию

$$a = 2^{-i}, \quad \tau/a = j.$$

В этом случае вместо непрерывной функции (2.16) получается счетное множество значений:

$$W_j^{(i)}(t) = \left\langle f(t) | \psi_j^{(i)}(t) \right\rangle = \sqrt{2^i} \psi(2^i t - j); \quad i, j \in \mathbf{Z}.$$

Обратное диадное преобразование определяется как

$$f(t) \approx \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} W_j^{(i)}(t) \cdot \psi_j^{(i)}(t).$$

Чтобы обратное преобразование имело смысл, вейвлет $\Psi(t)$ должен быть ортонормированным.

Диадное преобразование обладает следующими специфическими свойствами:

при фиксированном индексе i (называемым уровнем разрешения) масштаб вейвлета не меняется, т.е. все вейвлеты являются сдвинутыми копиями друг друга;

при увеличении разрешения на единицу величина сдвига уменьшается вдвое и соответственно вдвое сжимаются вейвлеты (отсюда и название — диадное преобразование);

функции $\Psi_j^{(i)}(t)$ называются масштабными или скейлинг-функциями (scaling), а $\Psi(t)$ — порождающей масштабной функцией.

Диадное преобразование, по сути являющееся численной реализацией непрерывного преобразования (2.16), содержит гораздо меньший объем информации, но, к сожалению, пригодно лишь для задач, не требующих обратного восстановления сигнала.

Для реализации вейвлет-преобразований сегодня разработаны разнообразные программные пакеты, информацию об этом можно найти в Интернете, например, на сайте <http://www.wavelet.org>. В пакете символьной математики Mathcad также имеется возможность выполнять как прямое, так и обратное дискретное волновое вейвлет-преобразование на основе функций Даубеши [10].

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

Компьютерная обработка данных и анализ процессов в электроэнергетических системах

3.1. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Все микропроцессорное оборудование РЗА, используемое в энергетике для контроля и регистрации процессов, имеет соответствующее программное обеспечение для предоставления информации пользователю в удобном виде. Например, на дисплее цифрового реле можно просмотреть информацию о виде КЗ, о текущих или аварийных значениях контролируемых величин, а в компьютере системы АСУ ТП можно найти данные по числу отключений выключателя, его оставшийся ресурс и просмотреть развитие процессов во времени в виде осцилограмм.

Программа, по которой работает цифровое устройство, представляет собой упорядоченный список кодов отдельных команд, строго ориентированных на используемый процессор. Наиболее эффективно работают программы, написанные на языке Ассемблера. Ассемблер — это мнемонический язык, упрощающий процесс написание машинных кодов. Программа на Ассемблере максимально учитывает особенности системы команд используемого процессора. Для упрощения самого процесса создания программ применяются специальные языки программирования высокого уровня, например Си, Паскаль, Бейсик и т.п. В последнее время начинают получать широкое распространение программные пакеты так называемой символьной математики, ориентированные на выполнение научных и инженерных расчетов — Mathcad, MatLab и им подобные, где программирование, по сути, сведено к написанию математических формул с использованием общепринятых математических символов. Эффективность работы программ, написанных на языках высокого уровня, а тем более в среде символьной математики, существенно ниже, чем программ на

Ассемблере. Это обусловлено формированием излишнего числа машинных кодов в процессе трансляция исходного текста программы. Программы на языках высокого уровня рассчитаны на современные высокопроизводительные процессоры и персональные компьютеры. Программы, создаваемые в среде символьной математики, выполняются еще медленнее, однако их применение оправдывается при выполнении нетиповых инженерных и научных расчетов, при обработке массивов цифровых данных, так как существенно уменьшается время написания и отладки программы и отпадает необходимость в услугах специалистов-программистов.

Готовое программное обеспечение, поставляемое совместно с микропроцессорным оборудованием, как правило, имеет ограниченный набор встроенных функций ориентированных на наиболее типичные потребности эксплуатации. Ограничение числа встраиваемых функций обусловливается стремлением упростить освоение программного обеспечения пользователем и снизить вероятность совершения ошибки при оперативной работе. В то же время в практике эксплуатации периодически возникает необходимость в более детальном анализе отдельных явлений и ситуаций. Для этого требуется нестандартный анализ имеющейся информации. Основа любого анализа — это обработка исходных данных. Ниже рассматриваются прикладные вопросы, связанные с обработкой информации, записываемой цифровыми регистраторами аварийных процессов (ЦРАП) в энергетических системах.

В качестве программной среды использовался пакет символьной математики Mathcad. Эта среда удобна для работы с массивами данных, хранящихся во внешних файлах. Обработка данных выполняется по достаточно понятным математическим формулам с представлением результатов и в табличном, и в графическом виде [10].

3.2. ПРОСМОТР ОСЦИЛЛОГРАММ ЦИФРОВОГО РЕГИСТРАТОРА

При обработке файлов аварийных процессов их запись для однозначного понимания должна быть представлена в общепринятом для энергетических систем COMTRADE-формате (см. гл. 1).

Полное представление о характеристиках конкретного устройства-регистратора дает его конфигурационный файл. На рис. 3.1 приведен cfg-файл регистратора, с помощью которого производилась запись асинхронного хода энергосистемы.

В среде Mathcad можно выделять и графически изображать нужные сигналы из всего множества сигналов, записанных регистратором, например отобразить только напряжение фазы *A*, записанное регистратором по первому каналу, и ток фазы *A* линии ЛС-6, записанный по четвертому каналу регистратора. В примере 3.1, представленном ниже,

```

pc 56 Регистратор 1
6,6A,0D
1,110 кВ 2 .ш Ua,A,,V,53.7109,0,243.059,0,4095
2,110 кВ 2 .ш Ub,B,,V,53.7109,0,225.697,0,4095
3,110 кВ 2 .ш Uc,C,,V,53.7109,0,208.336,0,4095
4,ЛС-6 Ia,A,,A,2.92969,0,173.614,0,4095
5,ЛС-6 Ib,B,,A,2.92969,0,156.253,0,4095
6,ЛС-6 Ic,C,,A,2.92969,0,138.892,0,4095
50
1
1800,98974
03/30/02,15:45:13.783000
03/30/02,15:45:13.983000
ASCII

```

Рис. 3.1. Конфигурационный файл s1gtse3e.cfg записи процесса

показана последовательность необходимых действий. Текстовые комментарии, поясняющие программу, выделены курсивом. С целью компактности записи размерность величин и параметров в тексте программы не проставляется, но подразумевается использование общепринятой системы единиц СИ: ампер, вольт, герц, ватт и т.п.

Пример 3.1. Просмотр сигналов цифрового регистратора в среде Mathcad и простейшие операции с сигналами.

Импорт в Mathcad файла данных аварии s1gtse3e.dat:

$W := \text{READPRN}("D:\Temp1\slgtse3e.dat")$

Ввод частоты выборок (данные из s1gtse3e.cfg): $f := 1800$

Ввод коэффициентов преобразования в каналах регистратора:

$ai := 2.92969$ $bi := 0$

$au := 53.7109$ $bu := 0$

Выделение из массива W фазных напряжений и токов:

$u1 := W^{<2>} \quad i1 := W^{<5>}$

$u2 := W^{<3>} \quad i2 := W^{<6>}$

$u3 := W^{<4>} \quad i3 := W^{<7>}$

Примечание 1. В нумерации столбцов массива W учтено то обстоятельство, что 0-й и 1-й столбцы содержат порядковый номер выборки и время осуществления выборки, соответственно.

Задание функции преобразования сигналов для восстановления выборок в первичных значениях:

$$x(a, b, X) := X \cdot a + b$$

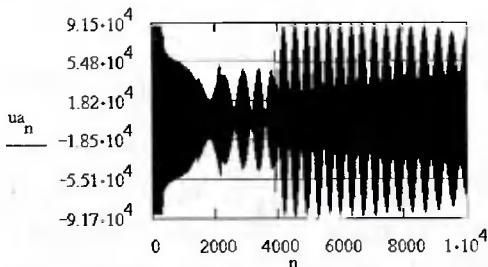
Восстановление первичных значений сигналов:

$$ua := x(au, bu, u1) \quad ia := x(ai, bi, i1)$$

$$ub := x(au, bu, u2) \quad ib := x(ai, bi, i2)$$

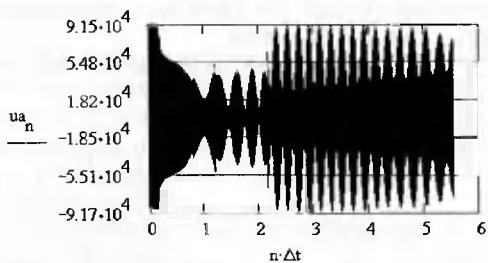
$$uc := x(au, bu, u3) \quad ic := x(ai, bi, i3)$$

Графическое представление сигнала “110 кВ 2 сш Уа” в задаваемом диапазоне выборок: $n := 0 \dots 10000$



Представление напряжения ua в том же диапазоне выборок, но в виде временной функции:

вычисление интервала времени между выборками: $\Delta t := \frac{1}{f}$



Выделение основной гармоники сигнала и ее векторное представление по Фурье:

- определение мнимой единицы: $j := (-1)^{0,5}$
- расчет числа выборок, приходящихся на период колебания при промышленной частоте: $N := \frac{f}{50} \quad N = 36$
- функция, выполняющая преобразование Фурье:

$$XF(n, X) = \begin{cases} X \leftarrow X \\ \text{for } i \in 0..N-1 \\ \quad y_i \leftarrow X_{n-N+1+i} \\ \quad a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right) \\ \quad b \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right) \\ \quad A \leftarrow a - j \cdot b \\ A \end{cases}$$

Векторное представление напряжений и токов (действующие значения):

$$U_a(n) := XF(n, ua) \cdot 2^{-0,5} \quad I_a(n) := XF(n, ia) \cdot 2^{-0,5}$$

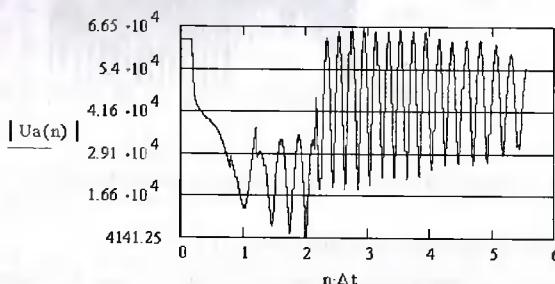
$$U_b(n) := XF(n, ub) \cdot 2^{-0,5} \quad I_b(n) := XF(n, ib) \cdot 2^{-0,5}$$

$$U_c(n) := XF(n, uc) \cdot 2^{-0,5} \quad I_c(n) := XF(n, ic) \cdot 2^{-0,5}$$

Примечание 2. Преобразование Фурье формирует вектор, модуль которого равен амплитуде гармоники. Для представления вектора гармоники в виде среднеквадратичных значений (rms) исходный вектор уменьшается в $\sqrt{2}$ раз, т.е. умножается на $2^{-0,5}$.

Примечание 3. Преобразование Фурье базируется на N выборках, предшествующих расчетной точке. Поэтому после преобразования диапазон представления выходных данных должен быть ограничен снизу числом N , т.е. переопределен как $n := N..10000$.

Графическое отображение модуля вектора U_a , т.е. в виде огибающей колебания промышленной частоты:



Вычисление фазового угла между векторами U_a и I_a :

$$\text{Arg}(n) = \arg(U_a(n)) - \arg(I_a(n))$$

Вычисление фазных мощностей, передаваемых по линии ЛС-6 (полной — S , активной — P и реактивной — Q):

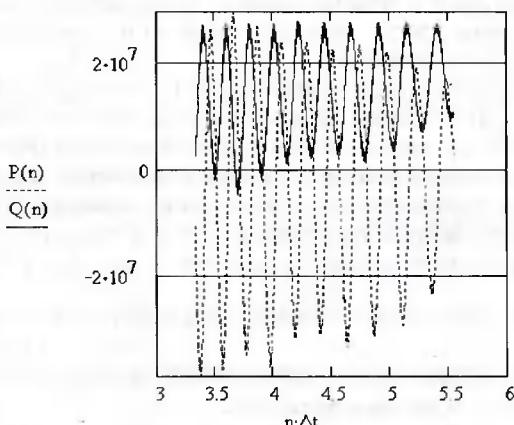
$$S(n) := U_a(n) \cdot I_a(n)$$

$$P(n) := |S(n)| \cdot \cos(\operatorname{Arg}(n))$$

$$Q(n) := |S(n)| \cdot \sin(\operatorname{Arg}(n))$$

Графическое отображение мощностей P и Q в виде временных функций в диапазоне выборок:

$$n := 6000..10000$$



Замечание по работе с данными от цифровых регистраторов. На реальных осциллограммах могут встречаться смещения нулевых уровней и помехи в виде локальных выбросов сигнала. Как правило, эти явления порождаются не самим процессом, а обусловлены несовершенством регистрирующих устройств: сбоями в работе АЦП, шумами в трактах передачи сигналов, смещениями нулей усилительных элементов и т.п. Применяя соответствующую обработку данных, от этих явлений можно избавиться.

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕКУЩЕЙ ЧАСТОТЫ ПРОЦЕССА

В некоторых случаях, например при анализе поведения противоаварийной автоматики, требуется установить изменения частоты в процессе аварии. Рассмотрим некоторые возможные решения задачи по определению текущей частоты гармонического колебания. В качестве объекта анализа возьмем запись процесса при асинхронном ходе в энергосистеме из примера 3.1.

3.3.1. Определение частоты из длительности периодов колебания

Наиболее очевидный способ решения данной задачи — определение текущей частоты, исходя из длительности периодов колебания [13]. Введем понятие текущего периода колебания, под которым будем понимать интервал времени между точками пересечения гармонической функцией нулевой линии.

Для определенности за начало каждого периода будем принимать моменты перехода гармонической функции из области отрицательных значений к положительным значениям. Выборки, максимально приближенные к моментам перехода, можно обнаружить в массиве данных, используя следующий критерий — существование двух рядом стоящих выборок с отрицательным и положительным значениями. Непосредственный же момент пересечения колебанием нулевого уровня требует уточнения.

Для уточнения момента перехода синусоидального колебания через нуль в данном случае правомерно использовать линейную интерполяцию, так как связь аргумента синусоидальной функции с ее значением вблизи нуля близка к линейной, т.е. $\sin(x) \approx x$ при $x \rightarrow 0$. Таким образом, точный момент перехода колебания из отрицательной области в положительную, привязанный к моменту отрицательной выборки, будет определяться выражением (рис. 3.2, а):

$$dn' = (\Delta t U'_n) / (U'_{n+1} + U'_n),$$

где $\Delta t = 1/f$ — интервал между выборками при их частоте f , U'_n, U'_{n+1} — значения двух смежных выборок разного знака.

Очевидно, что при фиксированной частоте выполнения выборок время записи выборки однозначно связано с ее текущим номером $n_{\text{тек}}$ соотношением:

$$t_{\text{тек}} = n_{\text{тек}}/f,$$

где f — частота выборки, приводимая в cfg-файле.

Зная уточненные моменты перехода колебания через нуль, можно определить длительность текущего периода колебания:

$$T_{\text{тек}} = (n'' + dn'') - (n' + dn'),$$

где n', n'' — номера выборок, предшествующих переходу колебания через нуль.

Программа для вычисления отклонения частоты колебания от номинального значения 50 Гц оформлена в виде примера 3.2. Начальная часть программы включает действия, рассмотренные в предыдущем примере, а именно:

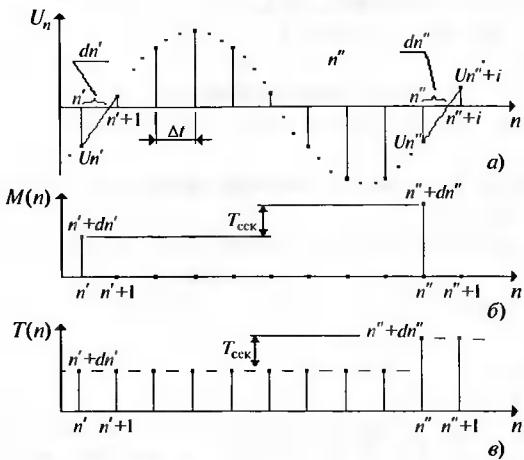


Рис. 3.2. Пояснения к определению текущей частоты колебания:

а — определение момента перехода колебания через нуль; *б* — присвоение выборкам времени перехода колебания через нуль; *в* — функция приращения периодов колебания

импорт в массив **W** файла данных процесса **slgtse3e.dat**, находящегося в директории **D:\Temp1\...**;

выделение интересуемого сигнала (напряжения **u1**) в нужном диапазоне выборок;

восстановление первичного напряжения **Ua** с учетом масштабных коэффициентов данного канала регистратора (в общем-то, не обязательная операция для решения данной задачи).

Наиболее существенные моменты собственно самого алгоритма вычисления частоты следующие:

формирование массива **M(n)**, включающего значения уточненных моментов перехода колебания через нуль, записываемых на месте отрицательных выборок, непосредственно предшествующих этим переходам, и запись нулей — на месте остальных выборок. Графически эта операция отражена на рис. 3.2, б;

формирование массива **T(n)**, осуществляющее путем последовательного сравнения текущего элемента массива **M(n)** со значением предшествующего элемента массива. Если значение текущего элемента не превосходит значение предыдущего элемента, то текущий элемент массива **T(n)** принимает значение предшествующего. В противном случае элементу массива **T(n)** присваивается значение элемента массива **M(n)**. Таким образом, массив **T(n)** по своей сути является ступен-

чатой функцией, изображенной на рис. 3.2, в. Приращения этой ступенчатой функции и являются длительностями текущих периодов колебания;

вычисление из данных массива $T(n)$ текущей частоты $F(n)$ и далее — отклонения текущей частоты от ее номинального значения 50 Гц $df(n)$.

Пример 3.2. Определение текущей частоты колебания из длительности его периодов.

$W := \text{READPRN}("D:\Temp1\s1gtse3e.dat")$

$f := 1800$

$au := 53.7109$ $bu := 0$

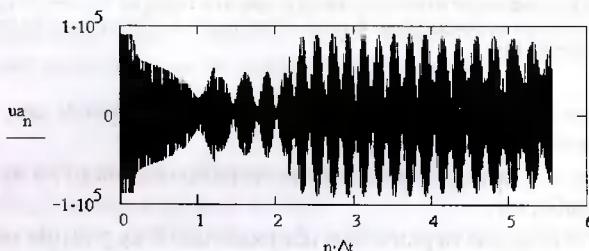
$u1 := W^{<2>}$

$x(a, b, X) := X \cdot a + b$

$ua := x(au, bu, u1)$

$\Delta t := \frac{1}{f}$ $N := 20 \cdot 10^{-3} \cdot f$ $N = 36$

Вид исследуемого сигнала в диапазоне выборок: $n := 0..10000$



Определение моментов пересечения сигнала с осью времени:

$$M(n) := \begin{cases} \text{if } (ua_n < 0) \cdot (ua_{n+1} \geq 0) \\ \quad \text{PPP} \rightarrow \\ \quad k \leftarrow \left(\frac{ua_{n+1}}{ua_n} \right) \\ \quad dt \leftarrow \frac{1}{(1-k)} \\ \quad M \leftarrow n + dt \\ M \leftarrow 0 \quad \text{otherwise} \\ M \end{cases}$$

Определение длительности периодов:

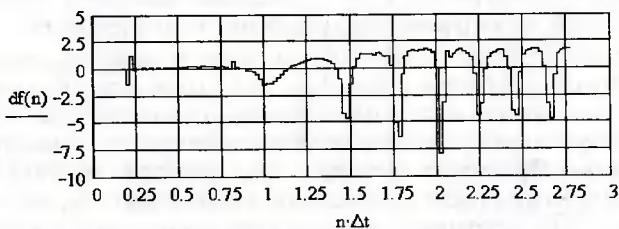
$$T(n) := \begin{cases} T \leftarrow T(n-1) & \text{if } M(n) = 0 \\ T \leftarrow M(n) & \text{otherwise} \\ T \end{cases}$$

Определение текущей частоты:

$$F(n) := \begin{cases} dF \leftarrow \frac{f}{T(n) - T(n-1)} & \text{if } T(n-1) < T(n) \\ dF \leftarrow F(n-1) & \text{otherwise} \\ F \end{cases}$$

Вычисление отклонения частоты от 50 Гц: $df(n) := F(n) - 50$

Отображение отклонения частоты от 50 Гц в диапазоне выборок:
 $n := 2 \cdot N \dots 5000$



Примечание. Значения текущей частоты формируются с задержкой на $2N$ выборки по отношению к выборкам исходного сигнала, что обусловлено вычислением периодов колебания.

Недостатком рассмотренного способа определения текущей частоты является то обстоятельство, что период колебания определяется по мгновенным значениям сигнала вблизи нуля. Конечное значение разрядности аналого-цифрового преобразователя регистратора приводит к тому, что выборки при малых уровнях сигнала осуществляются с большой погрешностью. Это, в свою очередь, приводит к погрешности в определении моментов перехода колебания через нуль и в итоге к погрешности определения текущей частоты, что и наблюдается на приведенном выше графике.

3.3.2. Определение текущей частоты сигнала по изменению фазы изображающего вектора

В случае векторного представления гармонического колебания его текущую частоту можно определить по положению изображающего

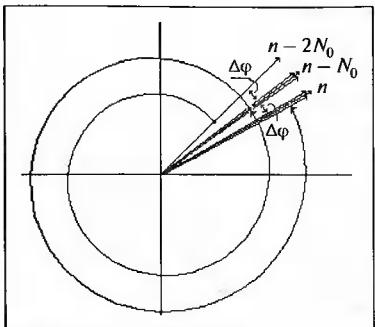


Рис. 3.3. Вращение изображающего вектора при пониженной частоте

оценке, то тем самым уменьшается влияние факторов, обусловленных несовершенством аналого-цифрового преобразования в регистраторе.

Если цифровой регистратор осуществляет выборки с фиксированной частотой, то интервал между выборками Δt постоянен.

При номинальной частоте колебания число выборок, приходящееся на период колебания, равно $N_0 = T_0 f = \text{const}$ и преобразование по Фурье выполняется корректно. При отклонении периода колебания от расчетного преобразование по Фурье выполняется с некоторой погрешностью. Причина погрешности заключается в том, что в пределах расчетного базиса (окна наблюдения, включающего N_0 выборок) помещается либо неполная синусоида (при пониженной частоте), либо синусоида длительностью больше одного периода (при повышенной частоте). При этом модуль и фаза рассчитываемого вектора будут флюктуировать в процессе перемещения окна наблюдения вдоль оси времени, что обусловлено изменением фазы колебания, видимого в этом окне при разных его положениях относительно сигнала (см. гл. 2).

Если пренебречь отмеченной флюктуацией вектора, то можно утверждать, что его среднее угловое положение, определяемое относительно положения при расчетной частоте 50 Гц, будет отличаться на угол $\Delta\phi$, зависящий от отклонения частоты колебания от расчетной. При этом отклонение частоты от расчетной можно определить из следующего очевидного выражения:

$$\Delta f = (f_0/2\pi)\{\arg[V(n)] - \arg[V(n - N_0)]\}, \quad (3.1)$$

где $\arg[\dots]$ — функция вычисления аргумента вектора; $V(n)$, $V(n - N_0)$ — векторное представление основной гармоники колебания на момент n -й и $(n - N_0)$ -й выборки, т.е. смещенных на расчетный период колебания $T_0 = N_0 \Delta t$.

вектора. Действительно, в системе координат, неподвижной при номинальной частоте колебания, изображающий вектор будет либо совершать поворот на угол более 2π радиан (при повышенной частоте), либо не успевать завершить полный оборот (при пониженной частоте), как это показано на рис. 3.3.

Таким образом, текущую частоту колебания можно определить по fazовому положению изображающего вектора. Так как векторное представление гармонического колебания базируется на его интегральной

Пример 3.3. Определение частоты колебания по изменению аргумента изображающего вектора.

Начальная часть программы, относящаяся к выделению и преобразованию сигнала — ua , такая же, что и в примерах 3.1 и 3.2. Ниже приводится продолжение предыдущих программ, непосредственно относящееся к реализации данного способа определения частоты.

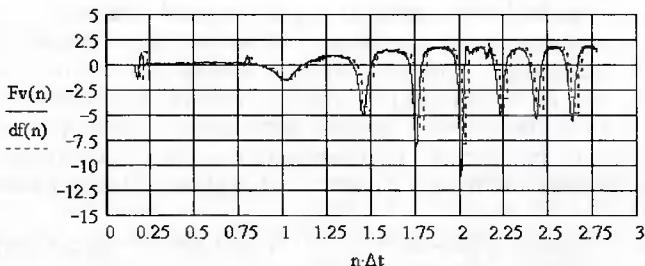
Функция векторного представления сигнала по Фурье:

$$x(n) := XF(n, ua)$$

Функция для расчета отклонения частоты:

$$Fv(n) := \frac{50}{2 \cdot \pi} \arg \left(\frac{x(n)}{x(n-N)} \right)$$

Графическое представление отклонения частоты колебания, определяемой по изменению аргумента вектора и из длительности периодов колебания:



Следует отметить, что недостатком этого способа, как, впрочем, и других, является ошибочная фиксация отклонения частоты при скачкообразном изменении фазы сигнала, например, в момент короткого замыкания. Это хорошо прослеживается на вышеприведенном графике примерно при $0,15$ с, т.е. в момент короткого замыкания.

3.4. ВЫДЕЛЕНИЕ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ИЗ ТРЕХФАЗНЫХ СИГНАЛОВ

В трехфазных энергетических системах решение многих практических задач существенно упрощается при переходе от величин, представленных в фазной системе координат, к величинам, представляемым в альтернативных трехфазных системах. В электротехнике наибольшей популярностью пользуется система так называемых симметричных составляющих, предложенная Фортескью в 1918 г. Метод симметричных составляющих излагается в теоретических основах электротехники. Решение многих прикладных задач, например расчет токов при не-

симметричных коротких замыканиях, крайне затруднительно без разложения токов и напряжений на симметричные составляющие.

Разложение трехфазной системы векторов на симметричные составляющие по методу Фортеску. При этом способе преобразования из системы векторов в фазных координатах $X_A - X_B - X_C$ формируется новая система векторов в координатах $0 - 1 - 2$ (нулевая, прямая и обратная последовательности). В матричной форме преобразование записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \\ X_C \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

где X_A, X_B, X_C — векторы фазных величин; X_0, X_1, X_2 — векторы симметричных составляющих; $a = e^{j2\pi/3}$ — оператор фазового поворота вектора на угол $2\pi/3$ радиан.

Распространенность метода симметричных составляющих обуславливается в первую очередь тем, что нормальные (симметричные) режимы трехфазных электроустановок можно описывать одним вектором — вектором прямой последовательности. В симметричных режимах векторы обратной и нулевой последовательностей имеют нулевые значения. Ненулевые значения указанных векторов говорят о том, что трехфазная система находится в несимметричном (аварийном) режиме.

При разложении фазных величин на симметричные составляющие общепринято для однообразного представления получаемых результатов придерживаться следующего правила: приводить векторы новой системы к особой фазе исходной системы. В качестве особой фазы при симметричных режимах принимается фаза A , при однофазных замыканиях — поврежденная фаза, а при двухфазных замыканиях — неповрежденная фаза.

Выделить симметричные составляющие из трехфазной системы сигналов можно несколькими способами.

Первый способ. Если предварительно выполнить переход от мгновенных значений фазных величин к их векторному представлению, то симметричные составляющие могут быть вычислены непосредственно по выражению (3.2). При этом симметричные составляющие будут также представлены в векторном виде. При необходимости можно осуществить переход от векторного представления к синусоидальным сигналам. Следует отметить, что в современных цифровых устройствах РЗА все большее распространение получает обработка сигналов в векторном виде. Обусловлено это тем, что при векторизации фазных величин, осуществляющей специальными сигнальными процессорами

ми, упрощается последующая обработка данных и одновременно обеспечивается частотная фильтрация входных сигналов.

Второй способ. Поскольку в выражении (3.2) оператор a , по своей сути, отражает сдвиг сигнала на угол $2\pi/3$ радиан, при вычислении симметричных составляющих можно применить суммирование выборок из соответствующих фазных сигналов, но отстоящих на углы соответственно $\pm 2\pi/3$ радиан по отношению к особой фазе. Симметричные составляющие, получаемые по этому способу, будут представляться в синусоидальном виде. В силу своей простоты данный способ находит широкое применение в различных цифровых системах. Учитывая свойство симметрии гармонического колебания, в некоторых случаях, в целях уменьшения окна наблюдения, можно использовать выборки, отстоящие на углы, меньшие $2\pi/3$ радиан [14]. Это видно из следующих соотношений, записанных в комплексном виде применительно к обратной последовательности:

$$\begin{aligned} X_2 &= (X_A + e^{j2\pi/3}X_B + e^{j4\pi/3}X_C)/3 = (X_A + e^{j2\pi/3}X_B + \\ &\quad + e^{j2\pi}e^{-j2\pi/3}X_C)/3 = (X_A + e^{j2\pi/3}X_B + e^{-j2\pi/3}X_C)/3 = \\ &= (X_A + e^{j\pi}e^{-j\pi/3}X_B + e^{-j\pi}e^{j\pi/3}X_C)/3 = (X_A - e^{j2\pi/6}X_B - e^{-j2\pi/6}X_C)/3 = \dots \\ &= [e^{-j2\pi/12}(0,5e^{j2\pi/12}X_A - e^{-j2\pi/12}X_B)]/3 + \\ &\quad + [e^{j2\pi/12}(0,5e^{-j2\pi/12}X_A - e^{j2\pi/12}X_C)]/3 = \dots \end{aligned}$$

Очевидно, что при оперировании мгновенными значениями величин будет накладываться ограничение, обусловленное конечным числом выборок, приходящимся на период колебания. Недостатком этого способа является и то, что при наличии во входных величинах наряду с основной гармоникой других составляющих на выходе такого фильтра будет наблюдаться так называемый сигнал небаланса. Для устранения небаланса требуется частотная фильтрация сигналов. Учитывая линейность операций, используемых при выделении симметричных составляющих, частотную фильтрацию можно применять либо к входным, либо к выходным данным фильтра симметричных составляющих.

Пример 3.4. Выделения симметричных составляющих из фазных величин.

Конфигурационный файл записи рассматриваемого процесса (короткое замыкание фазы С на линии электропередачи 110 кВ) представлен на рис. 3.4.

Нижеследующая программа предусматривает выделение напряжений и токов поврежденной линии ЛФрн-5 и параллельной линии ЛФрн-4, их векторное представление по Фурье и собственно вычисление симметричных составляющих из токов и напряжений.

Чтение COMTRADE-файла данных аварии:

$W := \text{READPRN}("c:\demo\t1guzmyh.dat")$

п/ст 539 ЦРАП 1
9,9A,0D
1,1c 110кВ Ua,A,,V,81.8018,0,208.33,0,4095
2,1c 110кВ Ub,B,,V,81.8018,0,243.053,0,4095
3,1c 110кВ Uc,C,,V,81.8018,0,277.775,0,4095
4,ЛФрн-4 Ia,A,,A,1.62598,0,34.7192,0,4095
5,ЛФрн-4 Ib,B,,A,1.62598,0,69.4415,0,4095
6,ЛФрн-4 Ic,C,,A,1.62598,0,104.164,0,4095
7,ЛФрн-5 Ia,A,,A,1.62598,0,0.00298023,0,4095
8,ЛФрн-5 Ib,B,,A,1.62598,0,34.7192,0,4095
9,ЛФрн-5 Ic,C,,A,1.62598,0,69.4415,0,4095
50
1
1800,899
04/23/02,01:13:28.767000
04/23/02,01:13:28.967000
ASCII

Рис. 3.4. Конфигурационный файл записи процесса tlguzmyh

Ввод исходных данных:

- частота выборки: $f := 1800$
- номер первой фазы напряжения аварийной линии: $Nu := 1$
- номер первой фазы тока поврежденной линии: $Ni := 7$
- номер первой фазы тока параллельной линии: $Nim := 4$
- коэффициенты передачи сигналов:
 $au := 81.8018$ $bu := 0$
 $ai := 1.62568$ $bi := 0$
 $aim := 1.62598$ $bim := 0$

Выделение напряжений и токов из файла данных:

- напряжений: $nu := 1 + Nu$

$$u1 := W^{<nu>} \quad u2 := W^{<nu+1>} \quad u3 := W^{<nu+2>}$$

- токов поврежденной ВЛ: $ni := 1 + Ni$

$$i1 := W^{<ni>} \quad i2 := W^{<ni+1>} \quad i3 := W^{<ni+2>}$$

- токов параллельной ВЛ: $nim := 1 + Nim$

$$ilm := W^{<nim>} \quad i2m := W^{<nim+1>} \quad i3m := W^{<nim+2>}$$

Масштабирование сигналов: $x(a, b, X) := X \cdot a + b$

$$\begin{aligned} ua &:= x(au, bu, u1) & ub &:= x(au, bu, u2) & uc &:= x(au, bu, u3) \\ ia &:= x(ai, bi, i1) & ib &:= x(ai, bi, i2) & ic &:= x(ai, bi, i3) \\ iam &:= x(aim, bim, ilm) & ibm &:= x(aim, bim, i2m) & & \\ & & icm &:= x(aim, bim, i3m) & & \end{aligned}$$

Упорядочение сигналов в соответствии с представлением об особенной фазе:

- присвоение параметру q номера особой фазы (q может принимать значения 1,2,3): $q := 3$

матрица перестановок фаз: $M :=$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Перестановка фаз:

$$u1 := ua \cdot M_{q,0} + ub \cdot M_{q,1} + uc \cdot M_{q,2}$$

$$u2 := ua \cdot M_{q+1,0} + ub \cdot M_{q+1,1} + uc \cdot M_{q+1,2}$$

$$u3 := ua \cdot M_{q+2,0} + ub \cdot M_{q+2,1} + uc \cdot M_{q+2,2}$$

$$i1 := ia \cdot M_{q,0} + ib \cdot M_{q,1} + ic \cdot M_{q,2}$$

$$i2 := ia \cdot M_{q+1,0} + ib \cdot M_{q+1,1} + ic \cdot M_{q+1,2}$$

$$i3 := ia \cdot M_{q+2,0} + ib \cdot M_{q+2,1} + ic \cdot M_{q+2,2}$$

$$i1m := iam \cdot M_{q,0} + imb \cdot M_{q,1} + icm \cdot M_{q,2}$$

$$i2m := iam \cdot M_{q+1,0} + ibm \cdot M_{q+1,1} + icm \cdot M_{q+1,2}$$

$$i3m := iam \cdot M_{q+2,0} + ibm \cdot M_{q+2,1} + icm \cdot M_{q+2,2}$$

Функция для векторного представления сигналов по Фурье:

$$N := \frac{f}{50} \quad j := (-1)^{0,5}$$

$$XF(n, X) := \begin{cases} X \leftarrow X \\ \text{for } i \in 0..N-1 \\ \quad y_i \leftarrow X_{n-N+i} \\ \quad a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right) \\ \quad b \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right) \\ \quad A \leftarrow a - j \cdot b \\ A \end{cases}$$

Векторизация сигналов:

$$U1(n) := XF(n, u1) \quad I1(n) := XF(n, i1) \quad I1m(n) := XF(n, i1m)$$

$$U2(n) := XF(n, u2) \quad I2(n) := XF(n, i2) \quad I2m(n) := XF(n, i2m)$$

$$U3(n) := XF(n, u3) \quad I3(n) := XF(n, i3) \quad I3m(n) := XF(n, i3m)$$

Функция для вычисления симметричных составляющих в векторной форме:

- *оператор фазового поворота вектора на 120°: $a = \exp\left(j \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3}\right)$*

$$S0(x1, x2, x3) := \frac{1}{3} \cdot (x1 + x2 + x3)$$

$$S1(x1, x2, x3) := \frac{1}{3} \cdot (x1 + x2 \cdot a + x3 \cdot a^2)$$

$$S2(x1, x2, x3) := \frac{1}{3} \cdot (x1 + x2 \cdot a^2 + x3 \cdot a)$$

Вычисление симметричных составляющих:

$$sU1(n) := S1(U1(n), U2(n), U3(n))$$

$$sU2(n) := S2(U1(n), U2(n), U3(n))$$

$$sU0(n) := S0(U1(n), U2(n), U3(n))$$

$$sI1(n) := S1(I1(n), I2(n), I3(n))$$

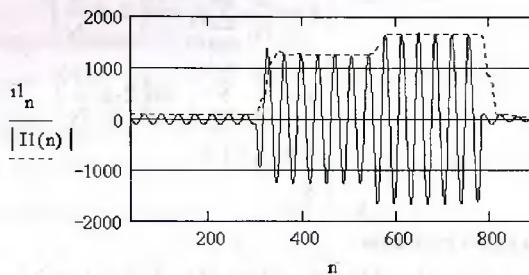
$$sI2(n) := S2(I1(n), I2(n), I3(n))$$

$$sI0(n) := S0(I1(n), I2(n), I3(n))$$

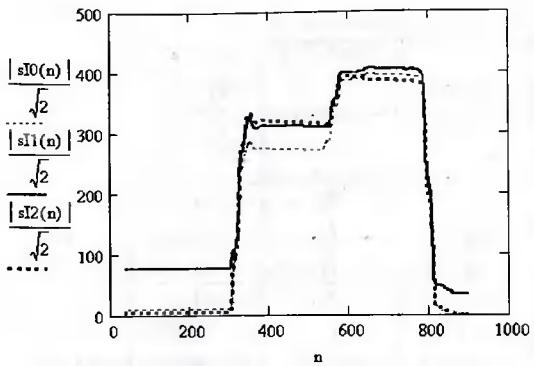
$$sI0m(n) := S0(I1m(n), I2m(n), I3m(n))$$

Отображение тока поврежденной фазы линии в виде мгновенных значений и огибающей (модуля изображающего вектора):

- *определение номера последней выборки в записи: $NN := \text{last}(W^{<0>})$*
- *задание диапазона отображения сигнала: $n := N..NN$*



Отображение симметричных составляющих токов поврежденной линии в действующих значениях:



Вычисления симметричных составляющих из мгновенных значений выборок с последующей фильтрацией выходных данных:

- задание диапазона вычислений:

$$n := N .. \left(NN - \frac{N}{6} \right)$$

Примечание. Расчетный диапазон выборок должен быть уменьшен на $N/6$ выборок как снизу, так и сверху для вычисления симметричных составляющих, берущихся со смещением относительно расчетной точки и на N выборок снизу — для обеспечения преобразования Фурье.

Вычисление и векторное представление симметричных составляющих:

$$si0_n := \frac{(ia_n + ib_n + ic_n)}{3} \quad si00_n := XF(n, si0)$$

$$si1_n := \frac{(ia_{n-\frac{N}{6}} - ib_{n-\frac{N}{6}} - ic_{n+\frac{N}{6}})}{3} \quad si11_n := XF(n, si1)$$

$$si2_n := \frac{(ia_{n+\frac{N}{6}} - ib_{n+\frac{N}{6}} - ic_{n-\frac{N}{6}})}{3} \quad si22_n := XF(n, si2)$$

Сравнение токов обратной последовательности, определенных различными способами:

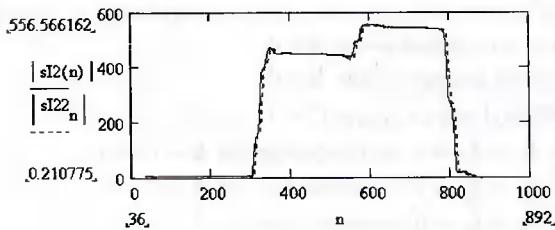


Таблица 3.1

Метод	Матрица преобразования	Компоненты	Входные величины		
			$X_A = 1$	$X_A = 0$	$X_A = 1$
			$X_B = 0$	$X_B = -i$	$X_B = a^2$
Выходные компоненты					
Fortescue, 1918 г.	1 1 1	I_0	1	0	0
	1 a a^2	I_α	1	$\sqrt{3}$	3
	1 a^2 a	I_β	1	$\sqrt{-3}$	0
Clarke, 1943 г.	1 1 1	I_0	1	0	0
	2 -1 -1	I_α	2	0	3
	0 $\sqrt{3}$ $-\sqrt{3}$	I_β	0	$-3,464i$	$-3i$
Wedepohl, 1963 г.	1 1 1	I_0	1	0	0
	1 0 2	I_α	1	$2i$	$2 - \sqrt{3}i$
	1 -1 1	I_β	1	$2i$	$1 + \sqrt{3}i$
Karttgebauer, 1978 г.	1 1 1	I_0	1	0	0
	1 -2 1	I_α	1	$3i$	$1.5 + 2.598i$
	1 1 -2	I_β	1	$-3i$	$1.5 - 2.598i$

Примечание. В таблице символом i обозначен поворот вектора на $\pi/2$.

Разложение трехфазной системы величин альтернативными способами. В электротехнике наряду с методом симметричных составляющих находят применение и другие способы преобразования трехфазной системы величин. В табл. 3.1 сведены наиболее распространенные способы преобразования трехфазной системы величин.

Достоинством методов, альтернативных методу Фортескью, в первую очередь, является использование более простых матриц преобразований, но с сохранением возможности идентификации режима. Например, из преобразования Кларка вытекают девять следующих векторных соотношений, определяющих вид короткого замыкания [7]:

- если $I_0 \neq 0$ (замыкание связано с землей), то вид повреждения определяется по выполнению одного из следующих условий:

$I_B - I_C \rightarrow 0$, то повреждение $A - 0$;

$I_A - I_C \rightarrow 0$, то повреждение $B - 0$;

$I_B - I_A \rightarrow 0$, то повреждение $C - 0$;

$2I_A - I_B - I_C + I_0 \rightarrow 0$, то повреждение $B - C - 0$;

$2I_B - I_A - I_C + I_0 \rightarrow 0$, то повреждение $A - C - 0$;

$2I_C - I_A - I_B + I_0 \rightarrow 0$, то повреждение $A - B - 0$;

- если $I_0 = 0$ (межуфазное КЗ), то вид повреждения определяется по выполнению одного из следующих условий:
 - $2I_A - I_B - I_C \rightarrow 0$, то повреждение $B - C$;
 - $2I_B - I_A - I_C \rightarrow 0$, то повреждение $A - C$;
 - $2I_C - I_A - I_B \rightarrow 0$, то повреждение $A - B$;
- если ни одно из условий для междуфазного КЗ не выполняется, то констатируется, что повреждение является трехфазным.

Пример 3.5. Представленная программа является продолжением примера 3.4 и демонстрирует возможность определения вида повреждения при использовании приведенных выше критерииев.

Определение вида повреждения:

- *переопределение тока нулевой последовательности:*

$$I0(g) := sI0(g)$$

- *базовые выражения для токов в зависимости от вида КЗ:*

$$BC(g) := |2 \cdot I1(g) - I2(g) - I3(g)|$$

$$AC(g) := |2 \cdot I2(g) - I1(g) - I3(g)|$$

$$AB(g) := |2 \cdot I3(g) - I1(g) - I2(g)|$$

$$A0(g) := |I2(g) - I3(g)|$$

$$B0(g) := |I1(g) - I3(g)|$$

$$C0(g) := |I2(g) - I1(g)|$$

$$BC0(g) := |2 \cdot I1(g) - I2(g) - I3(g) + I0(g)|$$

$$AC0(g) := |2 \cdot I2(g) - I1(g) - I3(g) + I0(g)|$$

$$AB0(g) := |2 \cdot I3(g) - I1(g) - I2(g) + I0(g)|$$

- *формирование матриц значений базовых комбинаций токов для двух- и однофазных КЗ:*

$$M(g) := (BC(g) \ AC(g) \ AB(g))$$

$$O(g) := (A0(g) \ B0(g) \ C0(g) \ BC0(g) \ AC0(g) \ AB0(g))$$

- замена нулем минимальных значений в матрицах и транспонирование матриц для перехода к векторному представлению матриц:

$$MM(g) := M(g) - \min(M(g)) \quad F(g) := MM(g)^T$$

$$OO(g) := O(g) - \min(O(g)) \quad D(g) := OO(g)^T$$

- *определение условного номера события при двух- и однофазных КЗ:*

$QM(g) := \begin{cases} k \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0..2 \\ \quad \left c \leftarrow k \text{ if } F(g)_k = 0 \right. \\ \quad \left k \leftarrow k + 1 \right. \\ k \\ c \end{cases}$	$QO(g) := \begin{cases} k \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0..5 \\ \quad \left c \leftarrow k \text{ if } D(g)_k = 0 \right. \\ \quad \left k \leftarrow k + 1 \right. \\ k \\ c \end{cases}$
--	--

- формирование названия вида повреждения:

$$MK3(g) := \begin{cases} c \leftarrow "E2-3" & \text{if } QM(g) = 0 \\ c \leftarrow "E1-3" & \text{if } QM(g) = 1 \\ c \leftarrow "E1-2" & \text{if } QM(g) = 2 \\ c \end{cases}$$

$$OK3(g) := \begin{cases} c \leftarrow "1-0" & \text{if } QO(g) = 0 \\ c \leftarrow "2-0" & \text{if } QO(g) = 1 \\ c \leftarrow "3-0" & \text{if } QO(g) = 2 \\ c \leftarrow "2-3-0" & \text{if } QO(g) = 3 \\ c \leftarrow "1-3-0" & \text{if } QO(g) = 4 \\ c \leftarrow "1-2-0" & \text{if } QO(g) = 5 \\ c \end{cases}$$

- определение максимального значения фазного тока:

$$MAX(g) := \max(|I1(g)| |I2(g)| |I3(g)|)$$

- задание граничных условий для учета возможной погрешности регистратора и предельного тока нагрузки линии:

$$Inb(g) := 0.2 \cdot MAX(g) \quad Inom := 600$$

- функция определение вида КЗ:

$$KZ(g) := \begin{cases} c \leftarrow "K3 НЕТ" & \text{if } MAX(g) < Inom \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} c \leftarrow OK3(g) & \text{if } |sI0(g)| > Inb(g) \\ c \leftarrow MK3(g) & \text{if } |sI0(g)| \leq Inb(g) \end{cases} \\ c \end{cases}$$

Выход данных о состоянии линии в зависимости от момента времени (номера выборки):

$$KZ(150) = "K3 НЕТ"$$

$$KZ(500) = "1 - 0"$$

$$KZ(850) = "K3 НЕТ"$$

3.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТА ПОВРЕЖДЕНИЯ НА ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЯХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ НА ОСНОВЕ ЦИФРОВОЙ РЕГИСТРАЦИИ

Определение места повреждения (ОМП) на протяженных воздушных линиях электропередачи было и остается одной из актуальных за-

дач энергетики. Оперативность и точность получения данных о месте повреждения способствуют быстрому устранению повреждения и, следовательно, повышению надежности энергоснабжения потребителей.

Существующие способы ОМП [15] в основном базируются на измерении электрических величин, фиксируемых при аварии в строго определенных точках энергосистемы. Точки регистрации электрических величин не всегда оказываются оптимально расположенными по отношению к месту повреждения. Применение цифровых приборов аварийной регистрации способствует решению задачи ОМП на более качественном уровне.

Во-первых, представление аварийных величин или их приращений (по отношению к предаварийному режиму) в векторном виде позволяет реализовать более точные методы ОМП.

Во-вторых, векторное представление позволяет осуществлять пересчет электрических величин из точек их физического измерения в точки сети, максимально приближенные к месту повреждения, т.е. как бы осуществлять виртуальный перенос регистратора в желаемую точку.

3.5.1. Виртуальный перенос регистратора в требуемую точку электрической сети

В существующих аналоговых и цифровых устройствах ОМП определение расстояния до места повреждения осуществляется по аналитическим выражениям с описанием поврежденной линии усредненными параметрами. Корректный учет всех особенностей поврежденной линии и прилегающей к ней электрической сети в одном выражении возможен только для простых случаев. При представлении регистрируемых электрических величин в векторной форме становится возможным более полный учет локальных особенностей поврежденной линии и конфигурации прилегающей сети.

Рассмотрим возможное решение такой задачи. Для простоты изложения будем рассматривать электрическую сеть с линиями относительно небольшой протяженности, что позволяет оперировать схемами замещения с сосредоточенными параметрами. В общем случае рассматриваемый подход можно распространить и на длинные линии. Однако для их корректного описания потребуется оперировать распределенными параметрами и Т- или П-образными цепочечными схемами замещения.

Любая линия электрической системы со сколь угодно сложной конфигурацией и индуктивными связями с другими линиями всегда может быть представлена отдельными однородными участками. Рассматривая значениями токов и напряжений в начале любого однородного участка линии, всегда возможно определить значения электрических величин на его противоположном конце.

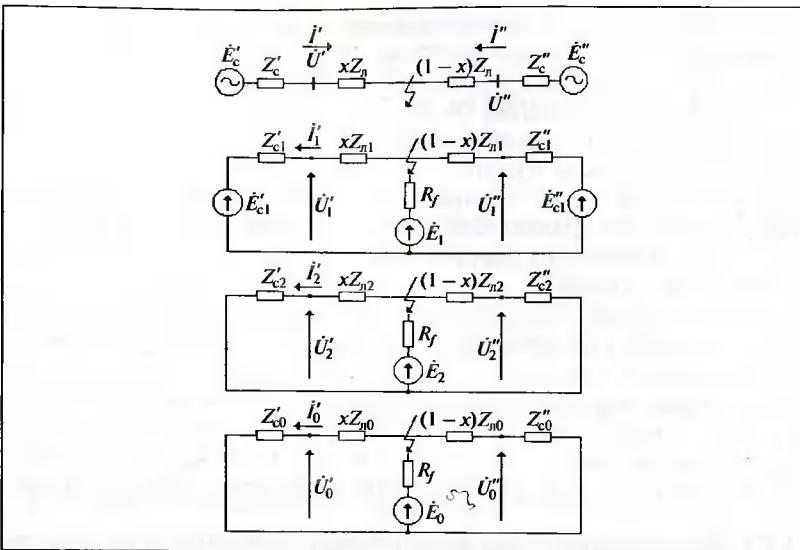


Рис. 3.5. Схемы замещения поврежденной линии в фазной системе координат и в системе симметричных составляющих

Предположим, что мы имеем дело с однородным участком симметричной линии длиной L , не имеющим поперечной проводимости и индуктивных связей с другими линиями. При пересчете значений величин на противоположном конце однородного участка линии удобнее использовать метод симметричных составляющих, позволяющий оперировать однофазными схемами замещения в пределах каждой последовательности (рис. 3.5). Потери напряжения на участке линии определяются следующими выражениями:

$$\Delta U_0 = z_0 L I_0; \quad \Delta U_1 = z_1 L I_1; \quad \Delta U_2 = z_1 L I_2,$$

где z_0, z_1 — собственные удельные (погонные) сопротивления нулевой и прямой последовательностей данного участка линии, а $\Delta U_{0(1,2)}$ — симметричные составляющие напряжений и токов в их векторном представлении.

Если рассматриваемый участок линии имеет индуктивные связи с другими линиями, то эти связи проявляются только в составляющей ΔU_0 . В этом случае составляющая ΔU_0 должна определяться с учетом токов нулевой последовательности параллельных линий. Применительно к участку $L1$ схемы сети на рис. 3.6 падение напряжения на линии

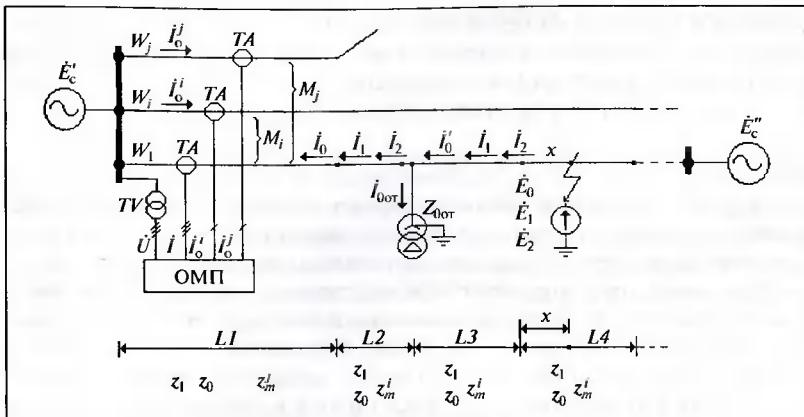


Рис. 3.6. Схема сети с поврежденной линией электропередачи

W1 с учетом влияния линий W_i и W_j должно вычисляться следующим образом:

$$\Delta U_0 = z_0 I_0 L_1 + I_0^j M_i + I_0^i M_j = z_0 (I_0 + k_{mi} I_0^j + k_{mj} I_0^i) L_1,$$

где $M_{i(j)}$ — взаимная индуктивность линий; $k_{mi(j)} = z_{mi(j)}/z_0$ — коэффициент учета индуктивной связи, выраженный через сопротивления взаимоиндукции линий $z_{mi(j)}$ и собственное сопротивление нулевой последовательности рассматриваемой линии — z_0 .

Таким образом, напряжения в конце однородного участка линии однозначно определяются значениями электрических величин в начале участка и параметрами схемы замещения участка:

$$\begin{aligned} U'_0 &= U_0 + \Delta U_0; & U'_0 &= U_0 + z_0 (I_0 + k_{mi} I_0^j + k_{mj} I_0^i) L; \\ U'_1 &= U_1 + \Delta U_1; & \text{или: } U'_1 &= U_1 + z_1 I_1 L; \\ U'_2 &= U_2 + \Delta U_2; & U'_2 &= U_2 + z_2 I_2 L. \end{aligned}$$

При этом токи в конце однородного участка симметричной линии будут сохранять свои значения:

$$I'_0 = I_0; \quad I'_1 = I_1; \quad I'_2 = I_2.$$

Если на линии имеются промежуточные ответвления, то их следует учитывать в схемах замещения в виде поперечных проводимостей. Если пренебречь токами нагрузки ответвлений, то в сетях, допускающих оперирование сосредоточенными параметрами, поперечные проводимости появятся только в схеме замещения нулевой последователь-

льности и то только на месте тех ответвлений, трансформаторы которых имеют заземление нейтрали. Узел с поперечной проводимостью может рассматриваться как однородный участок линии нулевой длины, в конце которой ток определяется следующим выражением:

$$I'_0 = I_0 + I_{0\text{от}} = I_0 + U_{0\text{от}} / Z_{0\text{от}},$$

где $I_{0\text{от}}$ — ток нулевой последовательности ответвления, определяемый напряжением нулевой последовательности $U_{0\text{от}}$ в этой точке и со-противлением нулевой последовательности самого ответвления $Z_{0\text{от}}$.

Изменение токов нулевой последовательности за ответвлениями на параллельных линиях также может и должно быть учтено подобным образом.

При выполнении расчетов, по мере необходимости, всегда возможен переход от величин, представленных в координатах 0 – 1 – 2, к величинам в фазной системе координат A – B – C . В матричной форме записи такие операции выглядят следующим образом:

$$\begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}.$$

Или при компактной форме записи:

$$\mathbf{U} = \mathbf{H}_s \mathbf{U}_s; \quad \mathbf{U}_s = \frac{1}{3} \mathbf{H} \mathbf{U}; \quad \mathbf{I} = \mathbf{H}_s \mathbf{I}_s; \quad \mathbf{I}_s = \frac{1}{3} \mathbf{H} \mathbf{I}.$$

В матрицах преобразований \mathbf{H}_s и \mathbf{H} вышеприведенных выражений символом a обозначен оператор фазового поворота вектора электрической величины на угол $2\pi/3$ радиан, а индекс s , в компактной записи, указывает на принадлежность величины к симметричной системе координат.

В некоторых алгоритмах ОМП на линиях с двусторонним питанием для уточнения коэффициентов распределения тока в месте КЗ используются данные об эквивалентных сопротивлениях, примыкающих к линии частей энергосистемы.

Каждое сопротивление источника, питающего поврежденную линию или, в более общем случае, сопротивление “за спиной” виртуальной точки наблюдения, достаточно просто определяется для нулевой и обратной последовательностей. Применительно к схеме на

рис. 3.5, выражения для расчета кажущегося сопротивления левого источника будут иметь вид

$$Z'_{c0} = \frac{-U_0}{I'_0}; \quad Z'_{c0} = \frac{-U'_2}{I_2}.$$

Расчет сопротивления источника для прямой последовательности только из данных аварийного режима невозможен, так как ЭДС сети E'_c является неизвестной величиной. Однако при использовании дополнительной информации о предаварийном режиме расчет становится возможным. Полагая, что ЭДС источника E'_c остается неизменной в процессе короткого замыкания (по крайней мере, такое утверждение верно для начальной стадии КЗ), можно получить систему из двух уравнений:

$$E'_{cl} = U'_1 - I'_1 Z'_{cl};$$

$$E'_{cl} = U'^*_1 - I^*_1 Z'_{cl},$$

где звездочкой отмечены значения величин в предаварийном режиме. Отсюда можно получить расчетное выражение для Z'_{cl} :

$$Z'_{cl} = \frac{U'^*_1 - U'_1}{I_1 - I^*_1}.$$

Таким образом, используя виртуальный перенос точек регистрации, можно получить максимально точные значения электрических величин на сколь угодно близком расстоянии от места повреждения. Непосредственно в самой точке повреждения начинают действовать строго определенные граничные условия, определяемые видом повреждения, что отражается в используемом алгоритме ОМП.

3.5.2. Принципы ОМП

Способы ОМП можно разделить на две группы: с одновременной регистрацией электрических величин на обоих концах поврежденной линии и с измерениями величин только на одном из концов.

Используемые сегодня способы двустороннего ОМП базируются в основном на регистрации действующих значений (модулей) электрических величин. Преимущественно используются соотношения токов и напряжений нулевой последовательности. Значительно реже оперируют с составляющими обратных последовательностей. Объясняется это относительной простотой измерения токов и напряжений нулевой последовательности и их регистрации аналоговыми приборами. Двусторонние измерения позволяют исключить влияние переходного сопротивления в месте КЗ, что особенно важно для случаев, когда линия

питается с двух сторон. Существенным недостатком двустороннего ОМП является потребность в каналах связи с фиксирующими приборами для передачи информации к месту ее обработки. Надо полагать, что с развитием средств телекоммуникаций и внедрением цифровых фиксирующих приборов способы двустороннего ОМП получат дальнейшее развитие. Уже сегодня практически все цифровые приборы аварийной регистрации работают с представлением электрических величин в векторном виде. К сожалению, сегодня еще одним фактором, сдерживающим переход к использованию в алгоритмах двустороннего ОМП векторных величин, является отсутствие синхронности измерений в разных точках электрической сети. Эта проблема полностью устраниется с внедрением на объектах энергетики систем точного времени. Но и сегодня эта задача в какой-то мере решаема для отдельных случаев, например когда поврежденная линия имеет пассивные шунтирующие связи. Опираясь на схемы замещения параллельных связей, можно осуществить виртуальную синхронизацию векторов по концам поврежденной линии. Более успешному решению этой задачи способствовало бы и запоминание в фиксирующих приборах токов и напряжений предаварийного режима.

Что касается способов одностороннего ОМП, можно отметить их очевидное преимущество — использование информации, получаемой только с одного конца линии. Такие достоинства, как отсутствие потребности в каналах связи для передачи информации с противоположного конца линии и оперативность в получении результата, обеспечили этим способам широкое практическое применение. Однако использование заведомо меньшего объема исходной информации является и наиболее слабым местом этих способов. Способы одностороннего ОМП потенциально менее точны по сравнению к двусторонним. Для частичного устранения недостатков способов одностороннего ОМП используются разнообразные приемы. Так, расчет места повреждения с учетом только реактивных параметров схем замещения сети позволяет уменьшить влияние переходного сопротивления дуги в месте повреждения. Повышение точности способствуют привязка системы координат к более стабильным при КЗ величинам — токам нулевой или обратной последовательности, учет предшествующего режима и т.п. Сегодня, с увеличением производительности микропроцессоров приборы одностороннего ОМП начали совершенствоваться и в первую очередь в части более детального описания неоднородных линий.

Не ставя перед собой цели определения наиболее эффективного алгоритма, рассмотрим возможность применения в задаче по определению места повреждения на неоднородной линии алгоритма, разработанного в середине 80-х годов XX века для первых отечественных цифровых приборов ОМП серии МФИ-1. Практически без изменений данный алгоритм используется и в ныне выпускаемых приборах ОМП

серии МИР-3, ИМФ-3 и им подобных устройствах. Использование для демонстрационных целей известных расчетных выражений в какой-то мере благоприятно, так как позволяет сопоставлять получаемые результаты с показаниями реальных фиксирующих приборов.

Ниже приведены расчетные формулы, используемые для определения расстояния от места установки прибора до точки короткого замыкания на однородной линии при векторном представлении основных гармоник регистрируемых величин. Выражения записаны для случая, когда особой фазой является фаза A .

В сетях с эффективно заземляемой нейтралью расстояние до точки повреждения может быть определено по следующим выражениям:

при трехфазных КЗ:

$$L = \frac{\operatorname{Im} \left[\frac{U_B - U_C}{I_B - I_C} \right]}{\operatorname{Im}[z_1]},$$

при двухфазных КЗ, включая двухфазные КЗ на землю:

$$L = \frac{\operatorname{Im}[(U_B - U_C) / (I_2 j)]}{\operatorname{Im}[(I_B - I_C) z_1 / (I_2 j)]},$$

при однофазных КЗ на линии, имеющей индуктивные связи по всей длине с другими i -ми линиями:

$$L = \frac{\operatorname{Im}[U_A / I_0]}{\operatorname{Im}[(I_A + k_0 I_0 + \sum_i k_{mi} I_0^i) z_1 / I_0]},$$

где k_0, k_{mi} — коэффициенты, определяемые из выражений:

$$k_0 = \frac{z_0 - z_1}{z_1}; \quad k_{mi} = \frac{z_{mi}}{z_1}.$$

Для сетей с изолированной нейтралью ОМП измерение электрических величин на промышленной частоте осуществимо только при междуфазных КЗ. В случае трехфазного КЗ расчет ведется по формуле, аналогичной приведенной выше для сети с заземленной нейтралью, а при двухфазных КЗ — по выражению [16]:

$$L = \frac{\operatorname{Im} \left[\frac{U_1 - U_2}{I_1 - I_2} \right]}{\operatorname{Im}[z_1]}.$$

Во всех приведенных выше выражениях использованы следующие обозначения:

L — расстояние до точки КЗ, км;

$\text{Im}[\dots]$ — мнимая часть комплексного выражения $[\dots]$;

U, I — векторное (комплексное) представление напряжения, кВ, и тока, кА;

$I_0, I_1, I_2, (U_0, U_1, U_2)$ — векторное представление симметричных составляющих трехфазной системы токов, кА (напряжений, кВ), с приведением векторов к особой фазе;

j — мнимая единица, $j = \sqrt{(-1)}$;

z_1, z_0 — удельное сопротивление линий прямой и нулевой последовательностей, Ом/км.

Пример 3.6. Формирование файла данных с описанием неоднородной линии электропередачи.

В данном примере показывается, как можно создать файл данных, описывающий неоднородную воздушную линию. Формируемый файл данных используется в последующем примере расчета места повреждения.

$j = (-1)^{0.5}$ — определение мнимой единицы;

Описание матрицами отдельных однородных участков линии:

$$W1 := \begin{bmatrix} 2.9 \\ 0.210 + 0.390 \cdot j \\ 0.438 + 1.390 \cdot j \\ 0.228 + 0.934 \cdot j \\ 0 \\ 10^6 + 10^6 \cdot j \end{bmatrix} \quad W2 := \begin{bmatrix} 24.4 \\ 0.224 + 0.414 \cdot j \\ 0.475 + 1.480 \cdot j \\ 0.250 + 0.992 \cdot j \\ 0 \\ 10^6 + 10^6 \cdot j \end{bmatrix}$$

.....

$$W5 := \begin{bmatrix} 12.4 \\ 0.207 + 0.382 \cdot j \\ 0.197 + 0.22 \cdot j \\ 0.0 + 0.0 \cdot j \\ 0 \\ 10^6 + 10^6 \cdot j \end{bmatrix} \quad W6 := \begin{bmatrix} 14.6 \\ 0.207 + 0.382 \cdot j \\ 0.439 + 1.366 \cdot j \\ 0.199 + 0.785 \cdot j \\ 0 \\ 10^6 + 10^6 \cdot j \end{bmatrix} \quad W7 := \begin{bmatrix} 19.1 \\ 0.207 + 0.382 \cdot j \\ 0.439 + 1.366 \cdot j \\ 0.23 + 0.931 \cdot j \\ 0 \\ 10^6 + 10^6 \cdot j \end{bmatrix}$$

Примечание: В строках матриц, начиная с 0-й строки, содержатся следующие параметры: L ; z_1 ; z_0 ; zm^1 ; zm^j и y — поперечная проводимость, сосредоточенная в конце участка.

Соединение отдельных матриц в общий массив данных по линии:

$W := \text{augment}(W1, W2)$ $W := \text{augment}(W, W3)$ $W := \text{augment}(W, W4)$

$W := \text{augment}(W, W5)$ $W := \text{augment}(W, W6)$ $W := \text{augment}(W, W7)$

Запись массива в файл: `WRITEPRN("c:\demo\W1_LF5.dat") := W`

Пример 3.7. Определение места повреждения на неоднородной воздушной линии по записи аварийного регистратора.

Начальная часть приведенной ниже программы, связанная с вычислением векторов токов и напряжений поврежденной линии, аналогична описанной в примере 3.4, и поэтому комментарии в ней отсутствуют. Часть программы, относящаяся непосредственно к ОМП, снабжена соответствующими комментариями.

$W := \text{READPRN("c:\demo\t1guzmyh.dat")}$

$f := 1800$

$Nu := 1$ $Ni := 7$ $Nim := 4$

$au := 81.8018$ $bu := 0$

$ai := 1.62598$ $bi := 0$

$aim := 1.62598$ $bim := 0$

$nu := 1 + Nu$ $u1 := W^{<nu>}$ $u2 := W^{<nu+1>}$ $u3 := W^{<nu+2>}$

$ni := 1 + Ni$ $i1 := W^{<ni>}$ $i2 := W^{<ni+1>}$ $i3 := W^{<ni+2>}$

$nim := 1 + Nim$ $i1m := W^{<nim>}$ $i2m := W^{<nim+1>}$

$i3m := W^{<nim+2>}$

$x(a, b, X) := X \cdot a + b$

$ua := x(au, bu, u1)$ $ub := x(au, bu, u2)$ $uc := x(au, bu, u3)$

$ia := x(ai, bi, i1)$ $ib := x(ai, bi, i2)$ $ic := x(ai, bi, i3)$

$iam := x(aim, bim, i1m)$ $ibm := x(aim, bim, i2m)$

$icm := x(aim, bim, i3m)$

$$N := \frac{f}{50} \quad j := (-1)^{0.5}$$

$XF(n, X) :=$

$X \leftarrow X$	$\text{for } i \in 0..N-1$
$y_i \leftarrow X_{n-N+1+i}$	$a \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right)$
$b \leftarrow \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N}\right)$	$A \leftarrow a - j \cdot b$
	A

$$\begin{array}{lll}
 U_a(n) := X_F(n, u_a) & I_a(n) := X_F(n, i_a) & I_{am}(n) := X_F(n, i_{am}) \\
 U_b(n) := X_F(n, u_b) & I_b(n) := X_F(n, i_b) & I_{bm}(n) := X_F(n, i_{bm}) \\
 U_c(n) := X_F(n, u_c) & I_c(n) := X_F(n, i_c) & I_{cm}(n) := X_F(n, i_{cm})
 \end{array}$$

Задание номера особой фазы: q := 3

Матрица перестановок фаз:

$$M := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Перестановка фазных величин:

$$\begin{aligned}
 Y_1(x_1, x_2, x_3) &:= x_1 \cdot M_{q,0} + x_2 \cdot M_{q,1} + x_3 \cdot M_{q,2} \\
 Y_2(x_1, x_2, x_3) &:= x_1 \cdot M_{q+1,0} + x_2 \cdot M_{q+1,1} + x_3 \cdot M_{q+1,2} \\
 Y_3(x_1, x_2, x_3) &:= x_1 \cdot M_{q+2,0} + x_2 \cdot M_{q+2,1} + x_3 \cdot M_{q+2,2} \\
 U_A(n) &:= Y_1(U_a(n), U_b(n), U_c(n)) \\
 U_B(n) &:= Y_2(U_a(n), U_b(n), U_c(n)) \\
 U_C(n) &:= Y_3(U_a(n), U_b(n), U_c(n)) \\
 I_A(n) &:= Y_1(I_a(n), I_b(n), I_c(n)) \\
 I_B(n) &:= Y_2(I_a(n), I_b(n), I_c(n)) \\
 I_C(n) &:= Y_3(I_a(n), I_b(n), I_c(n)) \\
 I_{Am}(n) &:= Y_1(I_{am}(n), I_{bm}(n), I_{cm}(n)) \\
 I_{Bm}(n) &:= Y_2(I_{am}(n), I_{bm}(n), I_{cm}(n)) \\
 I_{Cm}(n) &:= Y_3(I_{am}(n), I_{bm}(n), I_{cm}(n))
 \end{aligned}$$

Вычисление симметричных составляющих:

$$a := \exp\left(j \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3}\right)$$

$$S_0(x_1, x_2, x_3) := \frac{1}{3} \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$$

$$S_1(x_1, x_2, x_3) := \frac{1}{3} \cdot (x_1 + x_2 \cdot a + x_3 \cdot a^2)$$

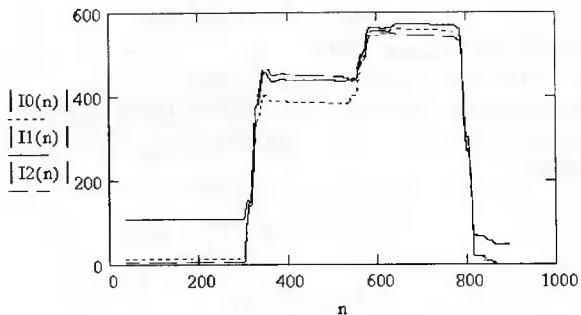
$$S_2(x_1, x_2, x_3) := \frac{1}{3} \cdot (x_1 + x_2 \cdot a^2 + x_3 \cdot a)$$

$$U_1(n) := S_1(U_A(n), U_B(n), U_C(n)) \quad I_1(n) := S_1(I_A(n), I_B(n), I_C(n))$$

$U2(n) := S2(UA(n), UB(n), UC(n))$ $I2(n) := S2(IA(n), IB(n), IC(n))$
 $U0(n) := S0(UA(n), UB(n), UC(n))$ $I0(n) := S0(IA(n),$
 $IB(n), IC(n))$
 $I0m(n) := S0(IAm(n), IBm(n), ICm(n))$

Отображение симметричных составляющих:

$$NN := \text{last}(W^{<0>}) \quad n := N..NN$$



ОМП с учетом неоднородности ВЛ

- расчетный момент времени (выборка):

$$m := 700$$

- представления фазных величин и их симметричных составляющих в виде матриц;

$$I(k) := \begin{bmatrix} IA(k) \\ IB(k) \\ IC(k) \end{bmatrix} \quad I := I(m)$$

$$Is(k) := \begin{bmatrix} I0(k) \\ I1(k) \\ I2(k) \end{bmatrix} \quad Is := Is(m)$$

$$U(k) := \begin{bmatrix} UA(k) \\ UB(k) \\ UC(k) \end{bmatrix} \quad U := U(m)$$

$$Us(k) := \begin{bmatrix} U0(k) \\ U1(k) \\ U2(k) \end{bmatrix} \quad Us := Us(m)$$

Матрица преобразований симметричных составляющих в фазные величины:

$$Hs := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Чтение файла описания линии:

`W := READPRN("c:\dmo\W1_LF5.dat")`

Определение параметров v-го однородного участка линии:

- матрица поперечной проводимости для симметричных составляющих:

$$ys(v) := \begin{bmatrix} \frac{1}{W_{5,v-1}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- коэффициент учета (компенсации) тока нулевой последовательности:

$$K0(v) := \frac{W_{2,v-1} - W_{1,v-1}}{W_{1,v-1}}$$

- коэффициент учета влияния взаимоиндукции i-й линии:

$$Km(v) := \frac{W_{3,v-1}}{W_{1,v-1}}$$

- длина v-го участка линии:

$$L(v) := W_{0,v-1}$$

- длина всех предыдущих участков линии:

$$Lpred(v) := \sum_{e=1}^{v-1} L(e)$$

- удельные сопротивления участка:

$$z1(v) := W_{1,v-1} \quad z0(v) := W_{2,v-1} \quad zm(v) := W_{3,v-1}$$

Определение места повреждения по параметрам первого участка:

- номер участка:

$$v := 1$$

- расчетное выражение для ОМП:

$$Lomp := \frac{\text{Im}\left(\frac{U_0}{Is_0}\right)}{\text{Im}\left[\left(I_0 + K_0(v) \cdot Is_0 + Km(v) \cdot I0m(m)\right) \cdot \frac{z1(v)}{Is_0}\right]}$$

- расчетное значение: $Lomp = 80,992$
- длина участка: $L(v) = 2.9$
- расстояние до точки КЗ: $LTKZ(v) := Lomp$ $LTKZ(v) = 80.992$
- пересчет электрических величин на конце участка:

$$\Delta U0(v) := z0(v) \cdot Is_0 + zm(v) \cdot I0m(m)$$

$$\Delta U1(v) := z1(v) \cdot Is_1$$

$$\Delta U2(v) := z1(v) \cdot Is_2$$

$$\Delta Us(v) := \begin{bmatrix} \Delta U0(v) \\ \Delta U1(v) \\ \Delta U2(v) \end{bmatrix} \cdot L(v) \quad Us := Us - \Delta Us(v) \quad U := Hs \cdot Us$$

$$\Delta I(v) := Is \cdot ys(v) \quad Is := Is - \Delta I(v) \quad I := Hs \cdot Is$$

Определение места повреждения по параметрам второго участка:

$$v := 2$$

$$Lomp := \frac{\text{Im}\left(\frac{U_0}{Is_0}\right)}{\text{Im}\left[\left(I_0 + K_0(v) \cdot Is_0 + Km(v) \cdot I0m(m)\right) \cdot \frac{z1(v)}{Is_0}\right]}$$

$$Lomp = 73.404$$

$$L(v) = 24.4$$

$$LTKZ(v) := Lomp + Lpred(v)$$

$$LTKZ(v) = 76.304$$

$$\Delta U0(v) := z0(v) \cdot Is_0 + zm(v) \cdot I0m(m)$$

$$\Delta U1(v) := z1(v) \cdot Is_1$$

$$\Delta U2(v) := z1(v) \cdot Is_2$$

$$\Delta U_s(v) := \begin{bmatrix} \Delta U_0(v) \\ \Delta U_1(v) \\ \Delta U_2(v) \end{bmatrix} \cdot L(v) \quad U_s := U_s - \Delta U_s(v) \quad U := H_s \cdot U_s$$

$$\Delta I(v) := I_s \cdot y_s(v) \quad I_s := I_s - \Delta I(v) \quad I := H_s \cdot I_s$$

*Определение места повреждения по параметрам седьмого участка:
v := 7*

$$L_{omp} := \frac{\text{Im}\left(\frac{U_0}{I_s 0}\right)}{\text{Im}\left[(I_0 + K_0(v) \cdot I_s 0 + K_m(v) \cdot I_{0m}(m)) \cdot \frac{z l(v)}{I_s 0}\right]}$$

$$\begin{aligned} L_{omp} &= 5.572 \\ L(v) &= 19.1 \\ LTKZ(v) &:= L_{omp} + L_{pred}(v) \quad LTKZ(v) = 88.572 \end{aligned}$$

ОМП по усредненным параметрам ВЛ

$$z_l = 0.212 + 0.392i \quad z_0 = 0.388 + 1.125i \quad z_m = 0.172 + 0.684i$$

$$k_0 := \frac{(z_0 - z_l)}{z_l} \quad k_m := \frac{z_m}{z_l}$$

- алгоритм фиксирующего прибора:

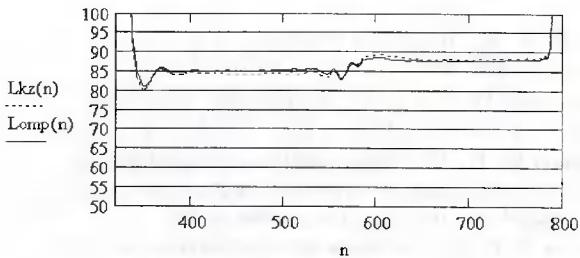
$$L_{omp}(m) := \frac{\text{Im}\left(\frac{U_A(m)}{I_0(m)}\right)}{\text{Im}\left[(I_A(m) + k_0 \cdot I_0(m) + k_m \cdot I_{0m}(m)) \cdot \frac{z_l}{I_0(m)}\right]}$$

- численные значения расстояния в зависимости от момента времени:

$$L_{omp}(500) = 85.343$$

$$L_{omp}(700) = 87.775$$

- зависимость расчетного расстояния от момента времени измерения величин:



Из графического представления расстояния до точки КЗ, определяемого по алгоритму, используемому в приборах ОМП, хорошо видно, что расстояние получается разным в зависимости от того, в каком состоянии находилась поврежденная линия. При двустороннем питании точки КЗ получается один результат, а после отключения линии с противоположного конца — другой. Фактическое расстояние до места КЗ равно 92 км.

Заключение

Приведенные примеры решения прикладных задач являются лишь иллюстрацией возможностей технологий компьютерной обработки данных цифровых приборов аварийной регистрации, применяемых в настоящее время в энергетике. Предложенные способы решения задач, возможно, не совершенны и не оптимальны с позиций точности получаемых результатов и эффективности действия программ.

Автору хотелось донести до читателя мысль о том, что с переходом от аналоговых устройств к цифровым сохраняется сущность их работы — это всего лишь обработка сигналов и данных. Вместо изучения схемотехнических принципов обработки информации, как это делалось в эпоху аналоговых устройств, сегодня приходится иметь дело с программами. Причем программное обеспечение компьютеров и сами цифровые устройства непрерывно изменяются и совершенствуются, и завтра будут применяться другие языки программирования, и компьютерные программы будут выглядеть по-другому. Однако сохранится сущность алгоритмов работы релейной защиты, которые базируются на проверенных практикой и хорошо зарекомендовавших себя способах и методах анализа процессов.

Автору представляется, что рассмотренные вопросы помогут инженерам-энергетикам лучше ориентироваться в среде современных микропроцессорных устройств и проблем, связанных с ними.

Список литературы

1. **Харкевич А. А.** Спектры и анализ. — 4-е изд. М.: Гос. изд-во физико-мат. лит-ры, 1962.
2. **Гоноровский И. С.** Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов. — 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1986.
3. **Матханов П. Н.** Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи: Учеб. для электротехн. и радиотехн. спец. вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. М.: Выssh. шк., 1990.
4. **Гутников В. С.** Фильтрация измерительных сигналов. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990.
5. **Общие технические требования к микропроцессорным устройствам защиты и автоматики энергосистем: РД 34.35.310-97.** М.: СПО ОРГРЭС, 1997.
6. **Испытательная система для релейной защиты РЕЛЕ-ТОМОГ-РАФ-41М.** Руководство по эксплуатации 13092133.001 РЭ. Чебоксары, 2000.
7. **Arun G. Phadke and James S. Thorp.** Computer Relaying for Power Systems. Research Studies Press Ltd, 1993.
8. **Бронштейн И. Н., Семеняев К. А.** Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — 13-е изд., исправл. М.: Наука, 1986.
9. **Микропроцессорные системы автоматического управления /** Под общ. ред. В. А. Бесекерского. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1988.
10. **MATCAD 6.0 PLUS.** Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95. — 2-е изд., стереотипное. М.: Информационно-издательский дом “Филинъ”, 1997.
11. **Новиков Л. В.** Основы вейвлет-анализа сигналов. Учебн. пособие. СПб, ООО “Модус+”, 1999.
12. **Переберин А. В.** О систематизации вейвлет-преобразований // Вычислительные методы и программирование. 2001. Т. 2.
13. **Шмурьев В. Я.** Анализ осциллографм цифровых регистраторов во внешней среде // Энергетик. 2001. № 8.
14. **Ванин В. К., Павлов Г. М.** Релейная защита на элементах вычислительной техники. — 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1991.
15. **Аржанников Е. А., Чухин А. М.** Методы и приборы определения мест повреждения на линиях электропередачи. М.: НТФ “Энергопрогресс”, 1998.
16. **Аржанникова Е. А.** Определение расстояния до места короткого замыкания в сетях 6 – 10 кВ // Энергетик. 1997. № 12.

Содержание

Предисловие	3
ГЛАВА ПЕРВАЯ. Основные сведения о цифровых устройствах РЗА электроэнергетических систем	5
1.1. Особенности аппаратной части цифровых устройств.	5
1.2. Сигналы и их представление при анализе	7
1.3. Временная дискретизация сигналов	11
1.4. Аналого-цифровое преобразование сигналов	14
1.5. COMTRADE-формат записи процессов в энергетике.	17
1.6. Особенности обработки информации в реальных цифровых устройствах	20
ГЛАВА ВТОРАЯ. Цифровой анализ сигналов и данных	22
2.1. Операции с мгновенными значениями сигнала	22
2.2. Аппроксимация данных	25
2.3. Сглаживание данных	28
2.4. Аппроксимация и сглаживание гармонических колебаний с аperiодическими составляющими.	29
2.5. Определение интегральных параметров гармонических колебаний	31
2.6. Гармонический анализ сигналов	32
2.6.1. Разложение периодических сигналов на элементарные функции	32
2.6.2. Анализ дискретно представленных сигналов	38
2.7. Другие формы гармонического анализа	44
2.8. Разложение сигнала на прямоугольные функции	47
2.9. Преобразования в базисе элементарных волн (вейвлет-анализ).	52
ГЛАВА ТРЕТЬЯ. Компьютерная обработка данных и анализ процессов в электроэнергетических системах	58
3.1. Программное обеспечение	58
3.2. Просмотр осциллограмм цифрового регистратора	59
3.3. Определение текущей частоты процесса	63
3.3.1. Определение частоты из длительности периодов колебания	64
3.3.2. Определение текущей частоты сигнала по изменению фазы изображающего вектора	67
3.4. Выделение симметричных составляющих из трехфазных сигналов	69
3.5. Определение места повреждения на воздушных линиях электропередачи на основе цифровой регистрации.	78
3.5.1. Виртуальный перенос регистратора в требуемую точку электрической сети	79
3.5.2. Принципы ОМП	83
Заключение	93
Список литературы	94

Библиотечка электротехника

Приложение к производственно-массовому журналу "Энергетик"

ШМУРЬЕВ ВАЛЕНТИН ЯКОВЛЕВИЧ

**Цифровая регистрация и анализ аварийных процессов в
электроэнергетических системах**

АДРЕС РЕДАКЦИИ:

115280, Москва, ул. Автозаводская, 14/23

Телефоны: (095) 275-19-06, тел. 275-00-23 доб. 22-47; факс: 234-74-21

Редакторы: Л. Л. Жданова, Н. В. Ольшанская

Худож.-техн. редактор Т. Ю. Андреева

Сдано в набор 26.01.2004 г. Подписано в печать 25.02.2004 г.

Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Печать офсетная.

Печ. л. 6,0. Заказ БЭТ/2(62)-2004

Макет выполнен издательством "Фолиум": 127238, Москва, Дмитровское ш., 58.

Отпечатано типографией издательства "Фолиум": 127238, Москва, Дмитровское ш., 58.

Журнал “Энергетика за рубежом”

— приложение к журналу “Энергетик”

Подписывайтесь на специальное приложение к журналу “Энергетик” — “**Энергетика за рубежом**”. Это приложение **выходит один раз в два месяца**.

Журнал “Энергетика за рубежом” знакомит читателей с важнейшими проблемами современной зарубежной электроэнергетики, такими, как:

- развитие и надежность энергосистем и энергообъединений;
- особенности и новшества экономических и рыночных отношений в электроэнергетике;
- опыт внедрения прогрессивных технологий в энергетическое производство;
- модернизация и реконструкция (перемаркировка) оборудования электростанций, электрических и тепловых сетей;
- распространение нетрадиционных и возобновляемых источников энергии;
- энергосбережение, рациональное расходование топлива и экологические аспекты энергетики.

Подписку можно оформить в любом почтовом отделении связи по объединенному каталогу **“ПРЕССА РОССИИ. Том 1. Российские и зарубежные газеты и журналы.”**

Индексы журнала “Энергетика за рубежом”

— приложения к журналу “Энергетик”

87261 — для предприятий и организаций;

87260 — для индивидуальных подписчиков.

Ч8

Об авторе



Валентин Яковлевич Шмурьев —
канд. техн. наук, доцент кафедры
“Релейная защита и автоматика
электрических станций, сетей
и энергосистем” Петербургского
энергетического института повышения
квалификации руководящих работников
и специалистов Минтопэнерго РФ.

Окончил Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина, работал старшим научным специалистом в лаборатории проблем энергетики Политехнического института (С.-Петербургского государственного технического университета), главным специалистом в центральной службе релейной защиты и автоматики Ленэнерго.

Имеет 10 авторских свидетельств на изобретения и более 30 публикаций в области релейной защиты и автоматики. Автор брошюры “Цифровые реле защиты”, вышедшей в серии “Библиотечка электротехника”,

Автоматическая регистрация параметров
аварийных режимов уменьшает
время восстановления
энерgosнабжения потребителей